

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ И СКОРОСТИ КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУХА С ПОМОЩЬЮ ВОЗДУШНОГО ШАРА НА ЦЕПИ

С.П. Лохов*, Е.Л. Файда*, В.В. Варганов**

г. Челябинск,

* ЮУрГУ

** ООО «Прибор»

Поместив в слабый конвективный поток воздуха наполненный гелием детский воздушный шар на тяжелой гибкой связи (цепочки от карманных часов), можно сравнительно просто и достаточно точно определить направление и скорость потока. Цепочка позволяет измерять малые усилия потока на шар, ей не свойственно сухое трение. Для расчетов используются формулы аэродинамики шара и уравнения цепной линии. Приведены результаты эксперимента.

Измерение направления и скорости потока воздуха осуществляется с помощью наполненного гелием шара 1 (рис. 1), соединенного гибкой тяжелой связью, например цепочкой от часов 2 со стойкой 3 или рукой человека. Здесь термин «тяжелой» указывает на принципиальность учета влияния силы тяжести на процесс измерения, а не на большой вес этой связи. К шару может быть привязан вертикальный отвес (фото 2) с рисками для облегчения измерений. При проведении измерений длину и вес цепочки устанавливают такими, чтобы между точками ее привязи A к неподвижному предмету и C к шару образовалась наблюдаемая вершина провеса в точке B . Измеряют координаты точек B и C и длину цепочки между этими точками, а направление и скорость потока определяют путем сравнения полученных данных с результатами предварительной градуировки или расчетами.

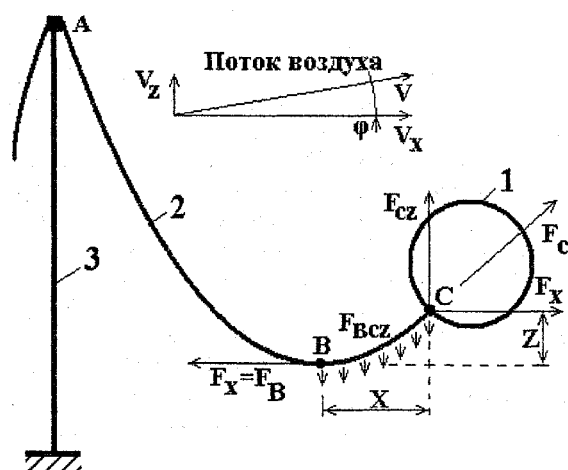


Рис. 1. Состояние шара и цепи при подвижном воздухе

Шар является чувствительным элементом или преобразователем вектора потока $\vec{V} = iV_x + kV_z$ на рис. 1 в вектор силы $\vec{F} = iF_x + kF_z$ того же направ-

ления, если пренебречь несимметрией формы шара. Здесь и далее рассматриваются векторы физических величин только в двух осях (x – горизонтальная и z – вертикальная с соответствующими им кватернионами i и k), так как для упрощения предполагается, что все рисунки, пояснения и расчеты к ним выполнены в вертикальной плоскости потока, когда нет составляющей потока, уходящей вглубь рисунка оси y с соответствующим ей кватернионом j . Нахождение зависимости этой силы от скорости – сложная аэродинамическая задача, даже ее частные решения (см. ниже) – приближительные, поэтому лучше использовать метод предварительного тарирования, т.е. предварительно помещая подвижный предмет в контрольные потоки с известными скоростями и направлениями (например, в неподвижный воздух – рис. 2) с фиксацией координат точек B и C гибкой связи.

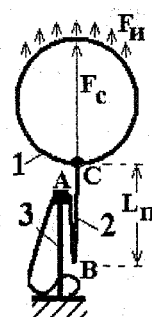


Рис. 2. Состояние шара и цепи при неподвижном воздухе

К силе $\vec{F}$ действия потока на шар, добавляется вертикальная избыточная подъемная или выталкивающая сила $\vec{F}_и = kF_и$ – разность между подъемной силой Архимеда (вверх) и весом шара (вниз). Эта сила рассчитывается (см. ниже) через размеры и собственный вес шара, объем и удельный вес легкого газа в нем, но еще проще определяется экспериментально помещением шара в спо-

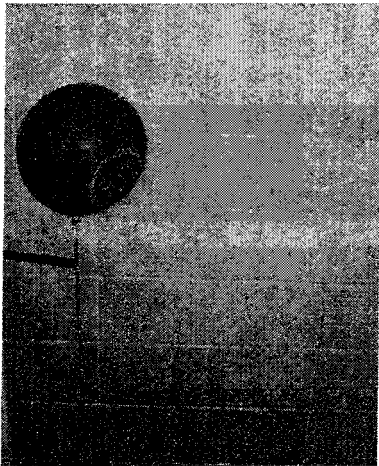


Фото 1. Шар в неподвижном воздухе

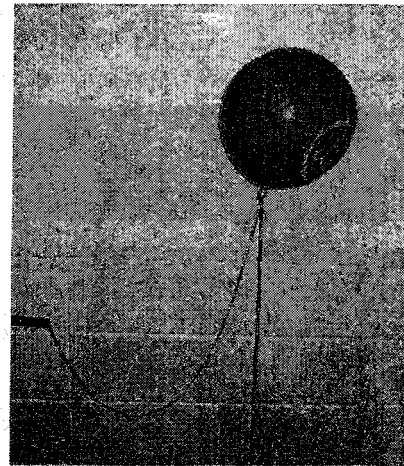


Фото 2. Шар в подвижном воздухе

койный воздух (см. рис. 2). Векторная сумма этих двух сил $\vec{F}_C = \vec{F} + \vec{F}_H$ определяет силу действия шара на цепочку в точке привязи C . Зная $\vec{F}_C$ и $\vec{F}_H$, можно рассчитать силу действия потока на шар $\vec{F} = \vec{F}_C - \vec{F}_H$, далее уже через нее направление и скорость потока.

Цепочка удерживает шар в потоке воздуха и одновременно она является измерительным элементом вектора силы $\vec{F}_C$ в точке C действия цепочки на шар и не показанных на рисунках сил действия потока на саму цепочку. Физической особенностью цепочки (при отсутствии изгибной жесткости в ней, в отличие от проволоки) является то, что действие силы в любой ее точке направлено по касательной к этой точке. Поэтому линия изгиба цепочки позволяет постороннему наблюдателю определить направления векторов сил, например, $\vec{F}_B$ и $\vec{F}_C$ в точках B и C . Даже при действии потока на цепочку в вершине ее провеса B отсутствует вертикальная составляющая силы в ней. Это означает, что форма и длина цепочки слева от точки B никак не влияет на форму и длину этой цепочки справа от этой точки, левую часть можно выбирать из практических соображений, а вес цепочки от этой точки будет равен подъемной силе шара плюс сила действия потока на цепочку. Для удобства целесообразно проградуировать контрастными метками цепочку прямо в единицах ее веса до точки B , который при отсутствии действия потока на цепочку совпадет с силой F_{BCZ} . При изменениях в потоке будут меняться как положение точки B , так и форма цепочки справа от нее. Расстояние по вертикали (высота) между точками B и C в спокойном воздухе (см. рис. 2) совпадает с длиной правой части цепочки и однозначно определяет это состояние покоя. Изменение этой высоты будет говорить о появлении вертикального потока, которое надо сопоставить с контрольными значениями потоков при тарировке.

Рассмотрим случай, опять же на примере шара и цепочки, когда свойства подвижного предмета и гибкой тяжелой связи поддаются математическому описанию. Так как нет вертикальной составляющей силы в точке B , то весь вес цепочки от точки B до C уравновешен только вертикальной составляющей силы F_{CZ} в точке C . Далее последовательно вводим упрощения с отдельным определением математических моделей шара и цепочки. При измерении слабых конвективных потоков их действием на цепочку можно пренебречь. Тогда получится векторная диаграмма сил, показанных на рис. 1 и $F_{BCZ} = F_{CZ}$, $F_B = F_X$. Предполагаем одинаковую толщину цепочки с ее удельной массой q на единицу ее длины (кг/м). Тогда наиболее близкой математической моделью цепочки будет общеизвестное уравнение цепной линии. Если начало координат $x = 0$ и $z = 0$ поместить в точку B или в вершину провеса, то цепная линия, ее производная и длина выразятся через гиперболические функции [1]:

$$z = a [1 - \text{ch}(x/a)]; \quad (1)$$

$$dz/dx = \text{sh}(x/a); \quad (2)$$

$$l = a \text{sh}(x/a). \quad (3)$$

Здесь a – единственный параметр цепной линии; l – длина линии от вершины B до произвольной точки с абсциссой x . Координаты конечной точки привязи C обозначим большими буквами $x = X$ (ширина), $z = Z$ (высота), как и всю длину $l = L$. Применение тождества $\text{ch}^2(X/a) - \text{sh}^2(X/a) = 1$ дает нам еще одно уравнение

$$a = (L^2 - Z^2)/2Z. \quad (4)$$

Далее возможно несколько вариантов решения системы уравнений (1)–(4) в зависимости от того, какие два из трех параметров X , Y или L мы наблюдаем. Если известна длина L , как наиболее легко измеряемый по контрастным меткам на цепочке параметр, то вес интересующего нас участка цепочки от точки B до C и вертикальная составляющая ее воздействия на шар определяется

$$F_{CZ} = g q L. \quad (5)$$

Здесь $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Вектор результирующей силы воздействия цепочки $\vec{F}_C = iF_X + kF_{CZ}$ (учитываем, что $F_{CX} = F_X$) на шар 1 (см. рис. 1) направлен по касательной к этой связи, что равняется производной (2) в точке привязи С. Тогда из (2), (4), (5)

$$F_X = gqa = gq(L^2 - Z^2)/2Z. \quad (6)$$

Для определения этой составляющей наблюдатель измеряет величину Z – разность вертикальных координат точек В и С. Формулы расчетов через другие пары измеряемых параметров находятся только численными методами на ЭВМ из уравнений (1)–(6). Программы их решения – простые и стандартные, здесь они не приводятся. Возможны также решения и через другие пары наблюдаемых координат.

Выталкивающая или избыточная подъемная сила F_H рассчитывается через массу m шара с отвесом без его газового наполнения, объем газа внутри, разность плотностей $\rho = \rho_B - \rho_T$ среды и легкого газа. Для воздуха и гелия в нормальных условиях $\rho = 1,2 - 0,17 = 1,03 \text{ кг/м}^3$. Для шара диаметром d формула для этой силы

$$F_H = g(\rho \pi d^3/6 - m). \quad (7)$$

Гораздо проще, точнее и для любой формы подвижного предмета определить эту силу по формуле (5) после экспериментального измерения длины цепочки покоя L_{Π} в спокойном воздухе (рис. 2 и фото 1)

$$F_H = gqL_{\Pi}. \quad (8)$$

Вертикальная составляющая силы воздействия потока на шар

$$F_Z = F_{CZ} - F_H = gq(L - L_{\Pi}). \quad (9)$$

Таким образом, выражения (6), (9) определяют обе составляющие силы действия потока на шар

$\vec{F} = iF_X + kF_Z$, а при симметричном шаре и направление (угол) этого потока (см. рис. 1)

$$\varphi = \arctg(F_Z/F_X). \quad (10)$$

Величина силы определяется корнем квадратным из суммы квадратов найденных составляющих

$$F = \sqrt{(F_X^2 + F_Z^2)}. \quad (11)$$

Через найденную силу (11) и аэродинамические свойства шара находится скорость потока. Силу давления F потока со скоростью V на подвижный предмет принято выражать формулой

$$F = C_d g S \rho_B V^2/2 = 4,62 C_d d^2 V^2, \quad (12)$$

где C_d – переменный коэффициент давления; $S = \pi d^2/4$ – характерная площадь тела (для шара равна сечению), $\rho_B = 1,2 \text{ кг/м}^3$ – плотность среды потока (воздуха). Простота получилась за счет того, что все сложности отнесены к переменному коэффициенту C_d , который только эмпирическим графиком для шара [2] связан с безразмерным числом Рейнольдса

$$\text{Re} = Vd/\nu = 6,37 \cdot 10^4 Vd. \quad (13)$$

Здесь $\nu = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ – кинематическая вязкость воздуха. При $\text{Re} > 10^5$ ламинарный процесс обтекания шара становится турбулентным, и измерения

становятся невозможными, что, собственно, и оправдывает введение в практику этого числа для эквивалентных (подобных) преобразований в описании аэродинамических процессов. Только в раритетном издании 1965 года [2] приведено уравнение

$$C_d = \frac{24}{\text{Re}} + 0,67\sqrt{C_d}, \quad (14)$$

с инженерной точностью описывающее весь график от нуля скорости до начала турбулентности. Это квадратное уравнение имеет решение

$$C_d = \left(0,335 + \sqrt{0,1122 + 24/\text{Re}}\right)^2. \quad (15)$$

Уже при небольших скоростях потока последним членом формулы можно пренебречь, тогда коэффициент $C_d = 0,449$ становится постоянным, зависимость усилия от скорости потока (12) становится параболической, а все расчеты упрощаются

$$F = 2,074 d^2 V^2. \quad (16)$$

При этом возможно приближенное обратное аналитическое решение

$$V = 0,694 \cdot \frac{\sqrt{F}}{d}. \quad (17)$$

Уточненную формулу (15) применяют для измерения малых скоростей потока. Выражения (13), (15) и (12) дают приемлемое аналитическое описание всего эмпирического графика [2], сведение которого в одну формулу нецелесообразно из-за громоздкости и из-за необходимости промежуточного расчета (13) для контроля условия существования $0 < \text{Re} < 10^5$. В итоге получается прямое решение аэродинамической задачи нахождения усилия на шар по скорости потока, а нам нужно обратное решение – нахождение скорости по известному (11) усилию. Обратное решение находится только численными методами на ЭВМ, но на практике проще построить график прямого решения (13), (15), (12), а по графику найти нужное обратное решение.

Пример применения способа. Был выбран шар диаметром $d = 0,2 \text{ м}$, и цепочка с удельной массой $q = 10^{-2} \text{ кг/м}$. Предварительно поместили шар в условия покоя (см. фото 1) и по меткам измерили длину участка ВС цепочки в покое $L_{\Pi} = 0,9 \text{ м}$. При измерении в потоке (см. фото 2) были сняты другие отсчеты $L = 1,05 \text{ м}$, $Z = 0,95 \text{ м}$. Горизонтальная (6), вертикальная (9) и общая (11) составляющие сил действия потока воздуха на шар, а также угол наклона потока (10) составили

$$\left. \begin{aligned} F_X &= 9,8 \cdot 0,01 \cdot (1,052 - 0,952)/(2 \cdot 0,95) = 0,01 \text{ Н;} \\ F_Z &= 9,8 \cdot 0,01 \cdot (1,05 - 0,9) = 0,015 \text{ Н;} \\ F &= \sqrt{0,01^2 + 0,015^2} = 0,018 \text{ Н;} \\ \varphi &= \arctg\left(\frac{0,015}{0,01}\right) = 56 \text{ град.} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

По приближенной формуле (17) скорость воздушного потока

$$V = 0,694 \cdot (0,018)/0,02 = 0,466 \text{ м/с.} \quad (19)$$

Проведем уточненные расчеты по формуле (15). Подставляя в формулу (13) максимально допустимое значение $Re = 10^5$, $d = 0,2$ м, получим максимальную ламинарную скорость потока $V_{\max} = 5,11$ м/с. По формулам (13), (15), (12) строим график силы действия потока от скорости при скоростях, меньших максимальной (рис. 3).

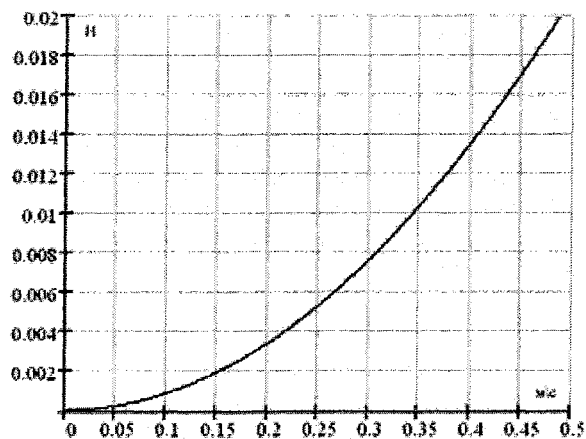


Рис. 3. Зависимость давления потока на шар от его скорости по формуле (15)

При рассчитанном значении $F = 0,018$ Н находим по графику скорость потока $V = 0,47$ м/с. Видим, что график рис.3 мало отличается от параболы. Действительно, даже при скорости еще меньшей расчетной $V = 0,1$ м/с по точной формуле (15) $C_d = 0,457$, что мало отличается от приближенного постоянного значения 0,449, когда сложная зависимость вырождается в простую параболу.

Поэтому сложные расчеты с построением графиков рис. 3 имеет смысл проводить при измерениях еще меньших скоростей потока, чем в примере, когда параболическая зависимость превращается в линейную.

Любой опыт по измерениям простыми дешевыми средствами должен заканчиваться сравнением результатов с измерениями дорогими, но точными приборами. Человек даже не ощущает течение воздуха около шара на фото 2. Самые чувствительные анемометры с легкой крыльчаткой из фольги как папиросная бумага также не реагировали на столь слабые потоки. В Интернете мы нашли, измерители скоростей слабых потоков с использованием лазеров, но стоимостью десятки тысяч долларов. Поэтому остается довериться вышеприведенным расчетам. Предполагается применение способа для измерений направлений и скоростей конвективных потоков при отладке систем автоматического регулирования температуры и создания комфортных условий внутри жилых и промышленных помещений.

Авторы благодарят профессора Е.В. Торопова за консультации по аэродинамике шара, предоставленную им раритетную литературу [2], участие в выводе формулы (15).

Литература

1. Математическая энциклопедия. – М.: Советская энциклопедия, 1985. – Т. 5. – 1248 с.
2. Альтиуль А.Д., Кисилев П.К. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1965. – 407 с.

Лохов Сергей Прокопьевич, доктор технических наук, профессор кафедры электропривода ЮУрГУ. Выпускник кафедры электропривода ЧПИ 1968 г.

Файда Евгений Леонидович, аспирант кафедры электропривода ЮУрГУ. Выпускник кафедры систем электроснабжения ЮУрГУ 2003 г.

Варганов Виталий Викторович, инженер ООО «Прибор». Выпускник кафедры электропривода ЮУрГУ 2003 г.