

РАСПРЕДЕЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ГИСТЕРЕЗИСА С ВИХРЕВЫМИ ТОКАМИ

С.П. Лохов, А.П. Сивкова
г. Челябинск, ЮУрГУ

Показано, что исходная форма [1] модели гистерезиса ученых из Нижнего Новгорода может быть расширена еще двумя [2], [3], а решение их представляет собой задачу следящего управления [4], если бы аргументом стало время. Больше возможностей предоставляет замена линейных дифференциальных уравнений на нелинейные [5]. Экспериментальные петли [2] полезно иметь в памяти ЭВМ, например, в виде сплайнов из эллипсов и гипербол [3]. Для моделирования динамических петель используется известная возможность моделирования вихревых токов включением параллельно активного сопротивления [4]. Предложена схема (рис. 4) исследования стале-пружинных систем с простым разделением разных явлений, на которой еще в 1972 году обнаружена практическая независимость статической петли от частот [5]. Несовпадение динамических петель объяснено вытеснением магнитного поля даже в тонких листах стали и разными статическими петлями в слоях. Предложена малослойная модель магнитопровода, давшая хорошее совпадение с экспериментом.

В современных пакетах прикладного моделирования применяется разработанная в 1986 году модель ферромагнитного гистерезиса Джилса-Атертона [1], которая не только неудобна, но и уступает гораздо ранее разработанной в СССР, хотя не общепризнанной даже на родине модели. Приоритет принадлежит ученым из Нижнего Новгорода: Ю.А. Савиновскому (неутвержденная докторская диссертация 1974 г.), В.С. Нерсисяну, В.В. Александрову (кандидатская диссертация 1985 г.) и их ученикам. Публикации плохо доступны. Они обратили внимание, что по координате напряженности h петля статического частного цикла перемагничивания приближается к некоей предельной $h_s(b)$ восходящей h_{sw} и нисходящей h_{sn} кривым почти по экспоненте. Это расстояние назовем ошибкой приближения со знаком h_o , тогда процессы в ННМГ описываются двумя уравнениями: линейным дифференциальным и алгебраическим

$$dh_o/db = -A_g \cdot h_o, \quad (1a)$$

$$h = h_s(b) - h_o. \quad (1)$$

Здесь A_g – первый коэффициент магнитных свойств, который так и хочется сравнить с постоянной времени апериодического звена, но здесь аргументом является не время, а индукция, по b и интегрируют уравнение (1a). Не меняя сути, будем излагать и развивать предложение терминами автоматчиков по следящим системам, но используем сокращение ННМГ – «Нижне Новгородская модель гистерезиса». Удобно избавиться от промежуточной координаты h_o

$$dh/db = dh_s(b)/db + A_g \cdot [h_s(b) - h]. \quad (2)$$

«слежения координаты $h(b)$ за заданием $h_s(b)$ ». Можно еще упростить это уравнение

$$dh/db = A_g \cdot [h_s(b) - h], \quad (3)$$

что внешне более похоже на написанное Ю.А. Савиновским, хотя суть его предложений соответствует формулам (1). При изменениях направления перемагничивания во всех уравнениях переключаются функции заданий, скачком меняется величина и знак h_o , при $dh/db = 0$ и при отсутствии скачков индукции и напряженности, что соответствует непрерывности и гладкости петли перемагничивания. Решения уравнений (1)–(3) будут разными, но при постоянных заданиях одинаковыми экспонентами, с чего началась ННМГ.

Модель Джилса-Атертона в ее исходных формулах с номерами (3), (4) [1] использует ту же идею следящего управления, но меняет местами функцию и аргумент. Формула начинается с производной намагниченности dM/dh , интегрирование уравнения производится по h , затем вычисляется b . Этот переворот настолько усложняет применение модели, что мы пока не стали ее сравнивать. У нас также есть сомнения в изначальной «физической обусловленности» зарубежного подхода, что постоянно подчеркивают его авторы. В конечном итоге в моделях «черного ящика» побеждает не физичность, а простота, удобство применения, минимальное число параметров. Остается только подобрать нелинейное уравнение задания и коэффициенты. Для подбора удобно иметь в памяти ЭВМ семейство реальных петель гистерезиса (рис. 1), что проще осуществить сплайнами.

Полиномиальные сплайны не подходят для петли гистерезиса из-за участков с бесконечными производными. Поэтому мы разработали сплайны второго порядка с отрезками гипербол и эллипсов, когда упомянутые участки аппроксимируются

корнем квадратным [3]. При этом гипербола – единственная кривая второго порядка, имеющая асимптоту, что навсегда снимает вопрос об области существования участков насыщения.

Далее начинается подбор функций и параметров без их физического обоснования, поэтому возможны и другие предложения. Для функций задания выбраны формулы

$$h_{3б} = +[H_c + A_m \cdot (D \cdot e^{Ag \cdot b} + E \cdot e^{-X \cdot Ag \cdot b} - D - E)]; \tag{4a}$$

$$h_{3н} = -[H_c + A_m \cdot (E \cdot e^{X \cdot Ag \cdot b} + D \cdot e^{-Ag \cdot b} - D - E)], \tag{4б}$$

которые не выходят за пределы предложений Ю.А. Савиновского. При весовых коэффициентах $D = 0,5; E = -0,5; X=1$ получается чаще всего используемая им формула гиперболического синуса. Хорошие результаты получены при следующих значениях: $D=0,95; E=0,05; H_c=9 \text{ А/м}; A_g=3,22 \text{ 1/Тл}, A_m=0,50 \text{ А/м}, X=1$. На рис. 2 две линии заданий охватывают петлю, пересекая ось в точках $\pm H_c$. Эти точки перестали быть коэрцитивной силой для петель.

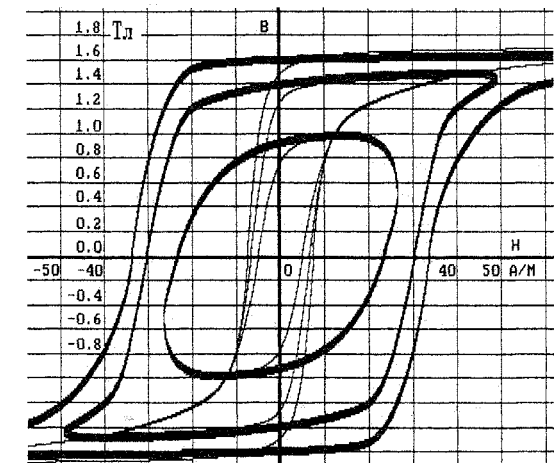


Рис. 1. Статическая (тонкая) и динамическая (толстая) петли гистерезиса стали М6 из [2]

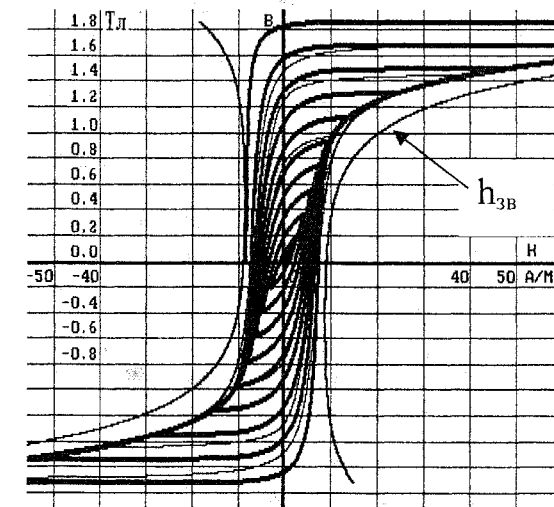


Рис. 2. Статическая петля гистерезиса (4), (5a). Тонкие линии – эксперимент с рис. 1

Из рисунков видим, что ошибка слежения затухает сначала очень быстро, потом резко медленнее, явно не пропорционально ошибке как в (1)–(3). Было решено не выходить на рамки идей ННМГ и использовать экспоненциальные зависимости. Для восходящей ветви пока ограничимся формулой (5a), это развитие формулы (3). Хорошие результаты совпадения на рис. 2 достигнуты при $A_c=5, \text{ А/(Тл} \cdot \text{м)}, H_m=4,55 \text{ А/м}$.

$$dh/db = A_c \cdot \text{sh}[(h_{3б} - h)/H_m] + \tag{5a}$$

$$+ A_m \cdot A_g \cdot (D \cdot e^{Ag \cdot b} - E \cdot e^{-Ag \cdot b}). \tag{5б}$$

Интересно наблюдать, как ошибка слежения сначала уменьшается, затем увеличивается, когда кривая задания резко заворачивает. При «экзотических петлях» с выбросами влево во втором и вправо в четвертом квадрантах петли даже пересекают задания. Такое поведение петель (3), (5a) усложняет умозрительный подбор параметров модели. Поэтому интересен вариант «зажатия» петли между восходящей и нисходящей ветвями задания, что получается в формулах (1), (2), (5) – с добавкой (5б). Выбор варианта пока остается делом вкуса пользователя, но для каждого варианта будут свои параметры.

Неожиданной проблемой модели без ограничений оказались переполнения формата при больших значениях аргумента экспоненты. Частично снимает эту проблему спрямление экспоненты при больших значениях прямой со сплайновой стыковкой. По крайней мере, эквивалентная магнитная проницаемость не должна быть меньше, чем у вакуума. Возможно более раннее спрямление параболой и т.д.

Динамические петли гистерезиса для справочников снимают при разных частотах синусоидального изменения индукции или напряженности, что не одно и то же. Автоматчики тоже исследуют динамические системы по реакции на синусоидальное возмущение, но любят тестировать и скачками. По множеству семейств петель надо составить одну всеохватывающую модель. Здесь нужны конструктивные идеи. Примером неконструктивного подхода является [1], где вышеописанные действия применяют к динамической петле на частоте 40 кГц.

Учебники ТОЭ рекомендуют разделить модели процессов на две независимые и учитывать потери на вихревые токи включением линейного активного сопротивления параллельно нелинейной индуктивности [4]. Последовательное включение сопротивления не отражает физику явления в переходных режимах, однако часто применяется только потому, что на определенной частоте имеют одинаковую амплитуду и фазу частотной характеристики. На других частотах характеристики расходятся. Тогда схема замещения трансформатора с нелинейным «однослойным» (см. ниже) магнитопроводом должна иметь вид рис. 3 пока без звена $L_{m2}, G_{г2}$.

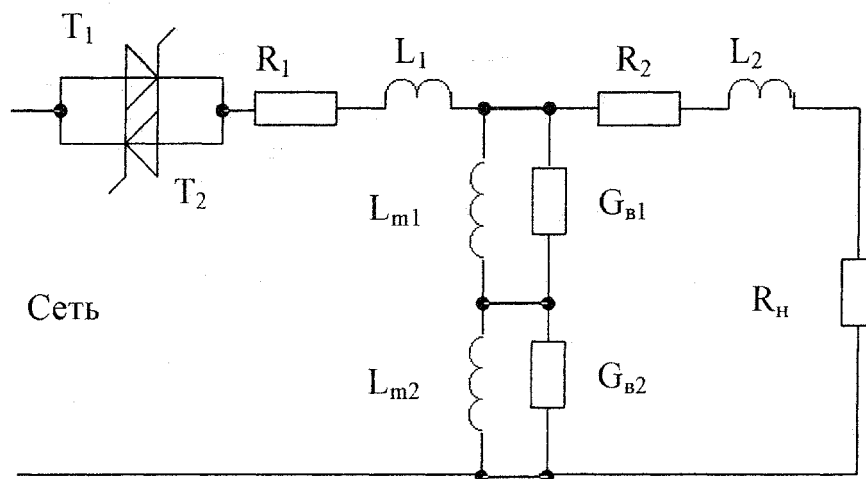


Рис. 3. Схема замещения трансформатора с двухслойным магнитопроводом и несинусоидальным источником питания

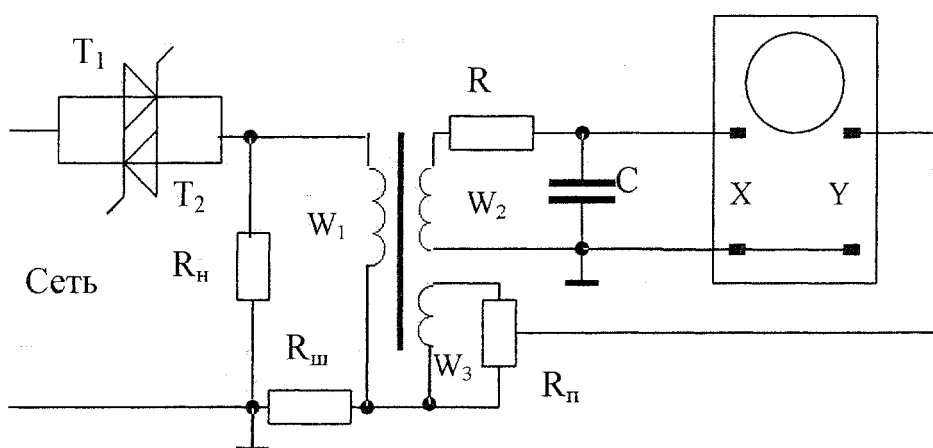


Рис. 4. Схема получения на экране осциллографе петли гистерезиса без вихревых токов

Здесь сопротивление потерь обозначено его проводимостью G_e вихревых потерь. Видим, что ток вихревых потерь при такой схеме замещения по закону Ома пропорционален ЭДС самоиндукции обмоток на магнитопроводе. Значит можно намотать измерительную обмотку W_3 , напряжение на ней будет пропорционально вихревым токам так же, как интеграл этой ЭДС, измеренный обмоткой W_2 , будет пропорционален индукции в магнитопроводе (рис. 4) [5].

Для интегрирования в этой известной схеме используется RC -цепочка с большой постоянной времени, а новыми элементами является еще одна измерительная обмотка и потенциометр R_n с таким большим сопротивлением, чтобы его собственное потребление не влияло на процесс измерения. Коэффициент деления потенциометра подбирается таким, чтобы точно скомпенсировать вихревую составляющую в сигнале тока обмотки $i_{обм}$ с шунта R_n . Нагрузка R_n вынесена за пределы измеряемой части схемы, но в сумме с током обмотки трансформатора она создает первичный ток сети i_1 (показан уменьшенным на рис. 5).

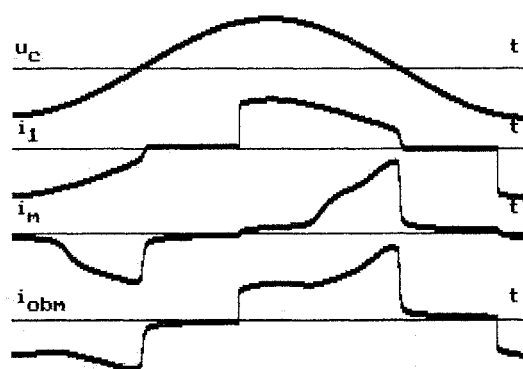


Рис. 5. Напряжение и токи сети, трансформатора с компенсацией вихревых токов и без нее

Коэффициент деления R_n определяется очень просто: при питании схемы напряжением со скачками, например, при наличии тиристоров (рис. 4). Этот коэффициент изменяется до тех пор, пока в сигнале i_n на экране осциллографа не исчезнет скачок, что легко фиксируется глазом.

Этот скачок фиксируется также на фазовой траектории, т.е. на петле гистерезиса (рис. 1), что показано на фотографиях в Приложении к диссертации [5], надо еще научиться отражать подобное на экранах мониторов. Как сложно выделяют составляющую вихревых потерь при традиционных методиках, написано в [2].

Исследования с помощью схемы (рис. 4) трансформаторной стали обнаружили факт **независимости статической петли гистерезиса от частоты**. Скачок (а это набор бесконечных частот) проявлял себя только на динамической петле, т.е. на показанной толстыми линиями петле на рис. 1, и не давал мельчайшего отклонения от показанной тонкими линиями статической петли, что противоречит взглядам специалистов по магнитным материалам. Не замечено и изменений формы петли при изменениях частоты синусоиды без скачков в диапазоне 30–300 Гц [5]. Надо отметить, что опыты в схеме рис. 5 могут дать погрешность измерений до 10 % абсолютного значения измеряемой величины, но факт отсутствия дифференциальных отклонений глаз фиксирует точно! Нас же этот факт устраивает приятной возможностью разделения процессов на нелинейные статические и линейные динамические. Обидно, что такое простое открытие написано еще в учебниках ТОЭ, но в солидных научных публикациях об этом забывают. Поэтому схему на рис. 4 целесообразно **принять за эталон для исследования сталей**.

Подобрать параллельную проводимость вихревых токов к статической модели (рис. 2) такой, чтобы получить динамическую модель на рис. 1 не удалось. Наилучшее приближение показано на

рис. 6 тонкой линией. Прежде всего, не устраивает качественное несовпадение в первом и третьем квадрантах, где появились участки впадин.

Принята гипотеза, что даже в тонких листах стали **существенную роль играет явление вытеснение магнитного поля**. Тогда нужна идея упрощенного решения этой сложной задачи с распределенными параметрами. Очевидна возможность замены однослойного магнитопровода многослойным, дальнейшие предложения могут быть подвергнуты критике. Мы опираемся на результаты решения задачи проникновения магнитного и теплового поля внутрь среды А.В. Нетушилом. Им показано, что в совокупности подобные объекты с распределенными параметрами имеют **частотную характеристику «полунерционного звена»**, наклон которой составляет половину децилога на декаду. Далее принято допущение, что **многослойной магнитной системе соответствует электрическая схема замещения рис. 3**, звенья которой подобраны так, чтобы дали кусочно-ступенчатую аппроксимацию половинного наклона частотной характеристики. Это приблизительно получается, когда индуктивности и параллельные им проводимости (рис. 3) изменяются по закону геометрической прогрессии с коэффициентом K . При одинаковом числе витков индуктивности пропорциональны сечению магнитопровода. Тогда по закону этой прогрессии и поделим слои магнитопровода при заданном числе слоев и их сумме. При этом величина коэффициента и число слоев не влияют на наклон частотной характеристики всей цепи, а определяют только диапазон частот с половинным наклоном. Принято, что общее со-

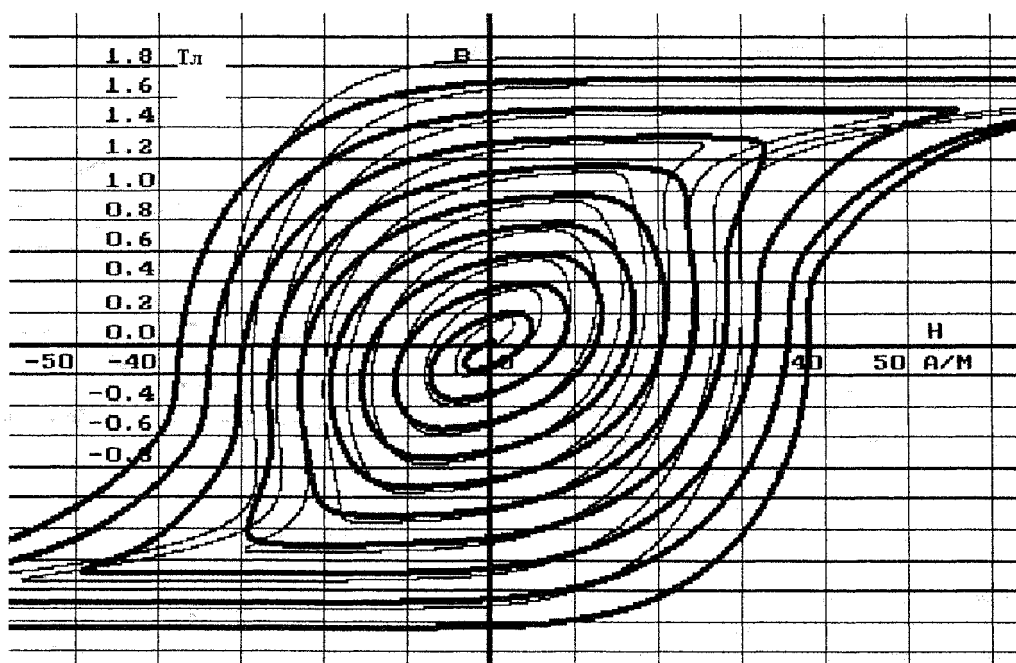


Рис. 6. Модель динамической петли гистерезиса при однослойном (тонкая линия) и четырехслойном (толстая) магнитопроводе

противление цепочки из любого числа проводимостей должно оставаться неизменным. Вывод простых формул при описанных условиях опускаем, их программирование на ЭВМ не составляет труда. Пример решения для 4-слойного случая с $K = 1,1$ приведен на рис. 6. Сравнение с рис. 1 показывает хорошее качественное совпадение характеристик в 1-м и 3-м квадрантах и плохое в остальных. Выдвинута гипотеза, что резкий угол в этих квадрантах объясняется вышеупомянутой «экзотической статической» характеристикой всей стали при более значительных, чем на рис. 1 индукциях, или только отдельных ее слоев. Эксперимент доказал допустимость такой гипотезы, когда было получено хорошее совпадение модели с экспериментом во всех квадрантах.

Литература

1. Новиков, А.А. Экспериментальное исследование параметров модели перемагничивания ферромагнетиков Джилса–Атертона/ А.А. Новиков, С.А. Амелин// *Электричество*. – 1995. – № 9 – С. 46–51.
2. Дружинин, В.В. Магнитные свойства электротехнической стали/ В.В. Дружинин. – Москва: Энергия, 1974. – 240 с.
3. Лохов, С.П. Сплайны конических сечений и петля гистерезиса / С.П. Лохов, А.П. Сивкова// *XI Международная конференция: Электромеханика, электротехнология, электротехнические материалы и компоненты: сб. науч. тр.* – Крым, Алушта, 2006. – С. 295–296.
4. Теоретические основы электротехники. Часть II-III/ Г.И. Атабеков, С.Д. Купалян, А.Б. Тимофеев и др. – Москва–Ленинград: Энергия, 1966.
5. Лохов, С.П. Разработка и исследование тиристорных регуляторов мощности нагревательных установок: дис. ...канд. техн. наук/ С.П. Лохов. – Челябинск: ЧПИ, 1972. – 182с.

Лохов Сергей Прокопьевич, 1945 г.р. – доктор техн. наук, профессор кафедры Электропривода ЮУрГУ

Сивкова Анна Прокопьевна, 1959 г.р. – ассистент той же кафедры.