

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА К АНАЛИЗУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЭС

К.А. Преображенский
г. Челябинск, ЮУрГУ

Рассматривается применение теории планирования эксперимента для обобщения результатов полученных с помощью виртуального моделирования электромагнитных процессов в СЭС. Описана методика планирования эксперимента и представлены графически результаты расчетов по регрессионным моделям. Оценена точность и адекватность применяемого метода и его эффективность.

При моделировании электромагнитных процессов в системах электроснабжения (СЭС) возникают трудности с обобщением решений, полученных численными методами [1]. Применение теории планирования эксперимента (ТПЭ) позволяет в аналитическом виде представить результаты численных исследований и с достаточной точностью оценить влияние различных факторов [2–4]. Методы планирования эксперимента позволяют преобразовать исходную систему дифференциальных уравнений в уравнения регрессии, аналитически связывающие выходные величины с интересующими параметрами. При этом уравнение связи между выходными параметрами Y и входными переменными $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ записываются в виде некоторого полинома – отрезка ряда Тейлора:

$$Y = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq k} b_i \cdot x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{1 \leq i \leq k} b_{ii} \cdot x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j < e \leq k} b_{ije} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_e, \quad (1)$$

где k – число переменных; $b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}, b_{ije}$ – коэффициенты уравнения регрессии.

Достоинство уравнений регрессии заключается в простоте и наглядности получаемых выражений, удобстве их практического применения, в возможности графической интерпретации, которая способствует наглядности и облегчает анализ и оптимизацию системы и режимов работы. Возможность получения решения в аналитической форме позволяет исследовать влияние различных факторов на протекание процессов, определить области значений параметров, при которых имеет место оптимальное решение и т.д.

В настоящей работе ставится задача разработки и анализа регрессионных моделей СЭС, при питании нагрузок, включаемых через тиристорные ключи.

При разработке регрессионных моделей необходимо решить следующие вопросы: произвести выбор важнейших выходных величин (функций цели) и варьируемых параметров, обеспечиваю-

щих адекватность модели; определить область варьирования для входных переменных, охватывающую режимы, которые представляют интерес для практического использования; выбрать вид аппроксимирующего полинома (модели) и оптимальный план постановки эксперимента. Задача отыскания статистической связи (1) сводится к нахождению коэффициентов уравнения регрессии по результатам экспериментов в ряде точек исследуемого пространства. При этом сам эксперимент может быть проведен как на реальном объекте, так и на его математической модели [3].

В теории планирования эксперимента сформулированы требования и условия, которые должны учитываться при выборе зависимых переменных (откликов, выходов, функций цели) и независимых переменных [3]. Зависимая переменная должна быть единственной, однозначной, иметь ясный физический смысл, характеризоваться числом. Важно также для хорошей аппроксимации действительных зависимостей, чтобы функция цели была непрерывной и достаточно «гладкой» при изменении выбранных факторов.

В качестве зависимых переменных (функций цели) лучше выбрать основные показатели, определяющие качество электроэнергии и эффективность ее потребления – $\cos \varphi$ и коэффициент искажения синусоидальности кривой напряжения сети (K_U).

В качестве независимых переменных в уравнениях регрессии достаточно просто выбрать физические параметры силовой цепи СЭС. Однако лучше для обобщения результатов по возможности переходить к относительным величинам.

Для примера рассмотрена простейшая СЭС, состоящая из неидеальной сети и активно-индуктивной нагрузки включенной через тиристорные ключи (рис. 1).

Проведенный предварительный анализ электромагнитных процессов в СЭС показал, что зависимости важнейших величин, характеризующих установившийся режим в функции выбранных параметров, достаточно непрерывны. Однако, кривизна поверхности откликов все же такова, что

вряд ли может быть описана линейным уравнением даже в весьма узкой области факторного пространства.

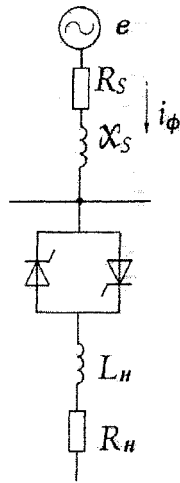


Рис. 1. Однофазная СЭС

Для получения регрессионных уравнений СЭС была использована матрица центрального композиционного ротatable плана второго порядка (РЦКП) [3]. Рассмотрим методику проведения эксперимента. Обычно в уравнении (1) независимые переменные представляются в нормированном виде:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}, \tag{2}$$

где x_i – кодовое значение i -го фактора; X_i – натуральное текущее значение i -го фактора; X_{i0} – начальный (нулевой) уровень фактора; ΔX_i – интервал (полуинтервал) варьирования i -го фактора

$$\Delta X_i = \frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{2}. \tag{3}$$

После кодирования уровни факторов принимают значения -1 и $+1$. В качестве нулевого уровня принимают центр интервала, в котором предполагается вести эксперимент.

С целью сокращения числа опытов для планов второго порядка обычно используют в качестве ядра ортогональные планы второго порядка (полный факторный эксперимент 2^k или дробную реплику 2^{k-1} , а затем достраивают их до планов второго порядка [3]. Такие планы получили название композиционных. В зависимости от того, какие точки добавляют к плану первого порядка, различают центральные и нецентральные композиционные планы второго порядка [3]. При центральном композиционном планировании к ядру плана, содержащему $n_c = 2^{k-p}$ точек с координатами $(+1, 1, \dots, 1)$, добавляются n_0 – центральных точек $(0, 0, \dots, 0)$ и n_α – так называемых звездных точек, расположенных попарно соответственно на координатных осях и удаленных от центра на расстоянии $(\pm \alpha_1, \pm \alpha_2, \dots, \pm \alpha_k)$. Общее число опытов будет равно $N = 2^{k-1} + 2k + n_0$, где k – число факторов. В зависимости от числа опытов в центре, план эксперимента можно сделать почти ортогональным или равномерным. Равномерность плана – это независимость дисперсии параметра оптимизации от расстояния, измеряемого до центра области планирования эксперимента [3].

Виртуальная модель, построенная в среде Mat-Lab + Simulink, для схемы, приведенной на рис. 1, представлена на рис. 2.

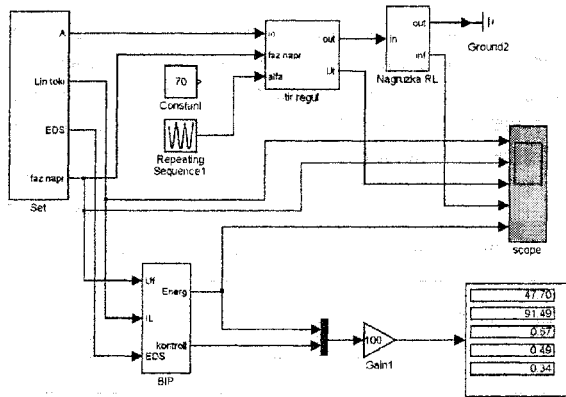


Рис. 2. Виртуальная модель СЭС

При планировании эксперимента важен выбор факторов. В качестве базисной величины было принято реактивное сопротивление сети X_s .

В качестве физических параметров выбирались: активное сопротивление нагрузки R_n , индуктивное сопротивление нагрузки X_n , активное сопротивление сети R_s , и угол управления тиристорного регулятора. Для уменьшения количества факторов были использованы обобщенные параметры: $\cos \varphi$ нагрузки $\cos \varphi_n = R_n / X_n$; относительное активное сопротивление сети R_s / X_n ; относительное активное сопротивление нагрузки R_n / X_n , а также угол управления α .

В качестве откликов при исследовании принимались: результирующий $\cos \varphi$ сети и коэффициент искажения синусоидальности кривой напряжения в точке присоединения к сети (K_U).

Пределы варьирования независимых переменных были выбраны с учетом возможных соотношений для реальных сетей. При этом учитывалось, что при расширении пределов варьирования снижается точность регрессионных моделей. Были приняты пределы варьирования:

$$\cos \varphi_n = 0,7 \dots 0,96; \quad R_s / X_n = 0,15 \dots 0,35; \\ R_n / X_n = 20 \dots 50; \quad \alpha = 50 \dots 90.$$

Целесообразно провести предварительное отсеивание малозначимых факторов.

Такое отсеивание проведенное по методу Плаккетта-Бермана [5] показало, что фактор R_s / X_n является малозначимым.

После проведения отсеивающего эксперимента можно приступить непосредственно к планированию эксперимента.

Эксперимент был выполнен как симметричный рототабельный центральный композиционный униформ – план второго порядка для $k = 3$ факторов со звездными точками [5]. Звездные точки позволяют дополнить уравнение регрессии членами с квадратами взаимодействий факторов, что повышает точность регрессионной модели.

Согласно плана эксперимента для заданных уровней обобщенных параметров (факторов) схемы были найдены физические параметры сети и проведено 15 опытов. Результаты цифрового моделирования сведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты цифрового моделирования

№ опыта	$Y_1 = \cos \varphi_s$	$Y_2 = K_U (\%)$
1	0,68	0,81
2	0,44	2,09
3	0,68	0,17
4	0,45	0,79
5	0,88	3,68
6	0,65	4,81
7	0,89	1,48
8	0,67	1,98
9	0,79	0,85
10	0,50	1,69
11	0,66	3,18
12	0,67	0,95
13	0,56	0,93
14	0,85	3,62
15	0,66	1,52

В качестве выходных величин приведены основные параметры установившегося режима: установившееся значение $\cos \varphi$ сети; коэффициент искажения синусоидальности кривой напряжения сети K_U .

При обработке данных, полученных путем реализации запланированного эксперимента на исходной модели в среде MatLab+Simulink использован метод наименьших квадратов. Коэффициенты модели (4) удобно рассчитывать по формулам:

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{a_0} \cdot \sum_{u=1}^N Y_u \\ b_i &= \frac{1}{a_1} \cdot \sum_{u=1}^N x_{iu} Y_u \\ b_{ii} &= \frac{1}{a_2} \cdot \sum_{u=1}^N Y_u \cdot (x_{iu}^2 - a) \\ b_{ij} &= \frac{1}{a_3} \cdot \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} Y_u \\ b_{ije} &= \frac{1}{a_3} \cdot \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} x_{ie} Y_u \\ a_0 &= p^k - 2k + 1 \\ a_1 &= \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \\ a_2 &= \sum_{u=1}^N (x_{iu}^2 - a) \\ a_3 &= p^k \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где N – общее число опытов; k – число факторов, равное 3; p – количество уровней планирования, в нашем случае равное 2.

Рассчитанные по программе в среде Matcad коэффициенты регрессии при кодированных переменных для выходных величин $\cos \varphi, K_U$ сведены в табл. 2.

Таблица 2

Коэффициенты регрессии

Факторы	Коэффициенты уравнения регрессии		Коэффициенты для кодированных значений факторов для соответствующих откликов	
			$\cos \varphi$	K_U
ист.	кодированные			
x_0	x_0	b_0	0,6690	1,9033
$x_1 = \alpha$	x_1	b_1	−0,1157	0,4154
$x_2 = R_n / X_s$	x_2	b_2	0,0044	−0,8837
$x_3 = \cos \varphi_n$	x_3	b_3	0,1100	1,0370
$x_4 = (x_1^2 - a)$	x_4	b_4	−0,0171	−0,2939
$x_5 = (x_2^2 - a)$	x_5	b_5	−0,0051	0,2442
$x_6 = (x_3^2 - a)$	x_6	b_6	0,0241	0,3864
$x_1 x_2$	$x_1 x_2$	b_{12}	(0,0028)	−0,1612
$x_2 x_3$	$x_2 x_3$	b_{23}	(0,0026)	−0,3862
$x_1 x_3$	$x_1 x_3$	b_{13}	(0,0021)	(−0,0337)
$x_1 x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	b_{123}	(0,0014)	(0,0037)

Для перехода от коэффициентов при кодированных факторах к коэффициентам при натуральных (обобщенных) параметрах следует воспользоваться соотношением (5).

Соотношение перехода от кодированных значений факторов к натуральным:

x_i = (2 * (X_i - X_10) / (X_max - X_min)) (5)

Важным этапом исследования методами планирования эксперимента является проверка адекватности модели.

При оценке значимости коэффициентов b_i используют критерий Стьюдента:

|b_i| > t * sqrt(sigma^2(Y) / N), (6)

где t – значения критерия Стьюдента при числе степеней свободы f = N – 1; N – число экспериментов, использованных для получения уравнения (1), а адекватность уравнения после отсеивания несущественно влияющих коэффициентов проверяется по критерию Фишера [3]:

F_rасч = (sigma^2(Y)_ад / sigma^2(Y)_вос) < F_табл, (7)

где sigma^2(Y)_ад – дисперсия адекватности, вычисляемая по формуле:

sigma^2(Y)_ад = (1 / (N - q)) * sum((Y_k - Y_k_hat)^2), (8)

где q – число членов аппроксимирующего полинома;

Y_k – значение функции отклика, полученного в результате моделирования, для k-го сочетания параметров; Y_k_hat – то же значение, рассчитанное по уравнению регрессии.

Результаты статистического анализа сведены в табл. 3. Из таблицы следует, что все уравнения для значений откликов могут быть признаны адекватными виртуальной модели, так как во всех случаях F_rасч < F_табл.

Максимально зарегистрированное отклонение (погрешность) для Y_1 = cos φ не превышает 2 %. Максимально зарегистрированная погрешность для Y_2 = K_U достаточно велика (18,25 %), но учитывая, что само K_U не должно превышать 8 %, может быть признана приемлемой.

Таблица 3

Результаты статистического анализа

Отклик	ε, %	t	σ(Y) ² _{вос}	b _i >	q	N
Y ₁ = cos φ	2	2,140	0,0057962	0,0036966	7	15
Y ₂ = K _U	8	2,140	0,0761333	0,042067	9	15
Отклик	f ₁	f ₂	σ(Y) ² _{ад}	F _{расч}	F _{табл}	δ _{max} , %
Y ₁ = cos φ	8	6	8,244E-05	1,841987	4	1,96
Y ₂ = K _U	6	8	0,0131260	2,264561	3,6	18,25

Таким образом, проведенный анализ показал, что полученные уравнения регрессии могут обеспечить приемлемую точность расчетов основных электрических величин, характеризующих установившийся режим работы СЭС.

Для более наглядного анализа влияния факторов на значения выходных величин можно выполнить графические построения [6].

На рис. 3–4 приведено семейство поверхностей, построенных по уравнениям регрессии, для исследуемых факторов.

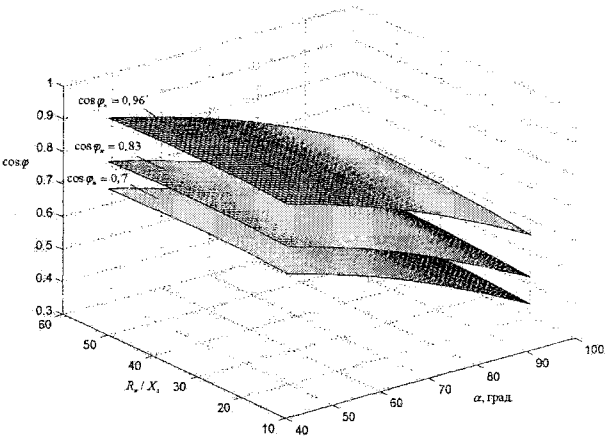


Рис. 3. Семейство поверхностей, отображающих зависимость результирующего cos j от параметров нагрузки и угла управления

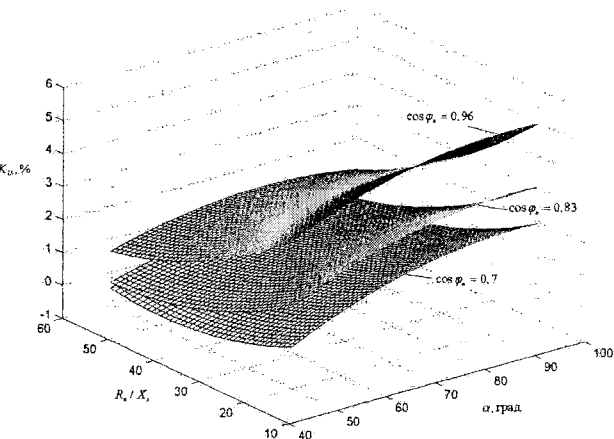


Рис. 4. Семейство поверхностей, отображающих зависимость коэффициента K_U от параметров нагрузки и угла управления

Построение проводилось при 3-х значениях $x_3 = \cos \varphi_n$, соответствующих уровням $-1, 0, +1$, для абсолютного значения X_2 соответственно $0,7; 0,83; 0,96$.

Из рис. 3 видно, что результирующий $\cos \varphi$ выше, если выше $\cos \varphi_n$, с ростом угла управления он падает и слабо зависит от индуктивности сети. Из рис. 4 видно, что коэффициент искажения растет с ростом $\cos \varphi_n$, уменьшением активного сопротивления нагрузки (или увеличением индуктивности сети) и ростом угла управления. Это не противоречит физическим представлениям.

Выводы

1. Применение теории планирования эксперимента позволило в аналитическом виде представить результаты численных исследований и на основе построения пространственных изображений с достаточной точностью оценить влияние различных факторов.

2. Разработаны регрессионные модели для определения $\cos \varphi$ сети и коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения, обеспечивающие адекватность виртуальным моделям.

3. При питании нагрузок, включенных через тиристорные ключи, активное сопротивление сети является фактором, в наименьшей степени влияющим на коэффициент искажения синусоидальности кривой напряжения сети.

Литература

1. Хохлов, Ю.И. Комплекс виртуальных лабораторных работ по электроснабжению и энергетической электронике / Ю.И. Хохлов, М.В. Гельман, К.А. Преображенский // Труды Второй всероссийской научной конференции «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». – М.: ИПУ РАН, 2004. – С. 1940–1944 (электронное издание).

2. Гельман, М.В. Анализ установившихся и переходных процессов в колебательных автономных инверторах методом планирования экспериментов / М.В. Гельман, Х.К. Харасов, Г.Б. Худонов // Исследование автоматизированных электроприводов, электрических машин и вентильных преобразователей: темат. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧИИ, 1979 – Вып. 223. – С. 94–99

3. Ивоботенко, Б.А. Планирование эксперимента в электромеханике / Б.А. Ивоботенко, Н.Ф. Ильинский, И.П. Копылов. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

4. Ильинский, Н.Ф. Выбор некоторых оптимальных параметров систем электроснабжения промышленных предприятий с использованием методов планирования эксперимента и ЦВМ / Н.Ф. Ильинский, Э.А. Киреева, В.В. Каменева // Труды МЭИ. – М.: МЭИ, 1972. – Вып. 103. – С. 15–19

5. Хартман, К. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / К. Хартман. – М.: Мир, 1997. – 278 с.

6. Дьяконов, В.П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс. – 2003. – 576 с.

Преображенский Кирилл Алексеевич – ассистент кафедры «Системы электроснабжения» ЮУрГУ. Окончил ЮУрГУ в 2002 г. Научные интересы – преобразовательная техника и повышение энергетических показателей СЭС.