

## ЛИНЕЙНАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОВЕРХНОСТНОГО ТОКА В ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОПРИВОДАХ С СИНХРОННОЙ РЕАКТИВНОЙ МАШИНОЙ НЕЗАВИСИМОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ\*

М.А. Григорьев, А.Е. Бычков  
г. Челябинск, ЮУрГУ

## LINEAR DENSITY OF SURFACE CURRENT IN THE ENERGY SAVING DRIVES WITH SEPARATE EXCITATION SYNCHRONOUS REACTIVE MACHINE

М.А. Grigoryev, A.E. Bychkov  
Chelyabinsk, South Ural State University

Для электропривода с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения выполняется оптимизация линейной плотности поверхностного тока с использованием аппарата вариационного исчисления. Приводятся результаты оптимизации силовой части электропривода для ряда частных случаев.

**Ключевые слова:** энергосберегающий электропривод с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения, вариационное исчисление, выпуклый анализ

The optimization of linear density of surface current with use of the device of calculus of variations for the electric drive with the synchronous separate excitation reluctance machine is carried out. Results of optimization of a power part of the electric drive for a number of special cases are represented.

**Keywords:** energy saving electric drive with the separate excitation synchronous reluctance machine, variational calculation, convex analysis.

**Постановка задачи оптимизации.** Уровень развития современной элементной базы, а именно, силовой преобразовательной техники и микропроцессорных систем управления устраняет жёсткую необходимость в выборе («стандартных» или иным образом фиксированных) напряжений и токов на входах и выходах силовых элементов, что открывает дополнительные, не учтённые ранее возможности улучшения массогабаритных показателей за счёт вариации «номинальными» и другими параметрами (число фаз, форма линейной плотности поверхностного тока). Далее, массогабаритные пропорции компонентов электрической машины, оптимальные при проектировании отдельно взятой машины, могут оказаться не самыми лучшими при работе её, например, от регулируемого источника питания.

Вопросам оптимизации силовой части электропривода посвящено большое количество работ, но проблема ещё далека от завершения. Для её объективной оценки выполним анализ наиболее важных работ, посвящённых оптимизации комплекса преобразователь – двигатель.

Традиционные методики выбора мощности электродвигателей для общепромышленных уста-

новок исходят обычно из известных нагрузочных диаграмм электропривода и ограничиваются лишь допустимыми условиями использования электрической машины по нагреву, по перегрузочной способности (по максимально допустимому моменту), максимальной скорости и др. [1].

В следящих электроприводах задача выглядит сложнее из-за существенного влияния динамических показателей электромеханического преобразователя на качество протекания процессов в электроприводе и в большинстве случаев её решение не однозначно. Здесь наиболее распространёнными критериями являются время позиционирования, применение электрической машины с наилучшими обобщёнными показателями типа прие-

$$\Pi = \frac{M_H^2}{J},$$

добротности (номинального углового ускорения):

$$D = \frac{M_H}{J}.$$

Не исключены и другие критерии оптимизации, в частности, учитывающие наличие податли-

\*Работа проводится в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы по проблеме «Энергосберегающие электроприводы на основе новых типов электрических машин и вентильных преобразователей» конкурс НК 151П.

ностей в механической передаче – точностной с применением поэтапной оптимизации [2].

Требования, предъявляемые к электроприводу, заставляют иначе формулировать критерии оптимизации ещё на стадии проектирования электрической машины. Так, улучшая геометрию конструкции электрических двигателей, в [3] предлагается в качестве критерия оптимизации взять максимум электромагнитного момента в заданных габаритах, а параметрами оптимизации принять радиус ротора и число пар полюсов. Здесь рассматривались случаи вентильного двигателя с ферритовыми и редкоземельными магнитами. Для вентильного двигателя с ферритовыми магнитами при длине магнитопровода  $l = 120$  мм, внешнем диаметре  $D = 120$  мм, коэффициенте, характеризующем соотношение между железом и магнитным материалом  $v = 2 \cdot r \cdot l_m / R^2 = 0,12$  и индукции в зазоре  $B_r = 0,33$  Тл получено значение электромагнитного момента 6,6 Н·м, а оптимальные число пар полюсов и диаметр ротора оказались равными соответственно пяти и  $D_p = 84$  мм. Аналогичный расчёт проводился для вентильного двигателя с возбуждением от редкоземельных магнитов, при этом индукция принималась равной  $B_r = 1$  Тл, а коэффициент  $v = 0,05$ . Расчёт показал, что с оптимальным числом полюсов 4 и при диаметре  $D_p = 66$  мм момент достигает величины 11,4 Н·м.

Учёт совместной работы преобразователя и синхронной реактивной машины выполнялся в [3]. При оптимизации геометрических размеров машины в качестве критерия использовался максимум электромагнитного момента. Варьируя величину отношения диаметра ротора  $D_p$  к величине внешнего диаметра  $D$ , удалось добиться максимума при  $D_p/D = 0,6$  при отношении индуктивностей  $L_d/L_q = 10$ .

Минимум затрат на активные материалы комплекса преобразователь – двигатель [4] учитывался введением критерия оптимизация  $q = Q/M_H$ , где  $Q$  – масса активных материалов в элементах электропривода,  $M_H$  – номинальный электромагнитный момент электрической машины. При этом оптимизировалась форма треугольника, образованного векторами МДС в обобщённой электрической машине с учётом удельных затрат на каждое слагаемое. Результаты оптимизации, выполненной для ряда конкретных электроприводов с различными источниками питания, показали, что желаемая форма моментного треугольника, образованного векторами МДС, зависит от удельных затрат на активные материалы как в самих электрических машинах, так и в источниках питания цепей статора (якоря) и возбуждения. Эффективность же оптимального по массогабаритным затратам согласования силовых цепей двигателя и источника питания в значительной степени зависит от величины удельных затрат на источник питания. Наи-

большая эффективность для электроприводов достигается при малых значениях удельных затрат на источник питания и, наоборот, в случае источников питания с большими удельными затратами эффект весьма незначителен и часто даже отсутствует.

Рассмотренные варианты оптимизации силовой части электропривода предполагают синусоидальную форму линейной плотности поверхностного тока. На практике в традиционных электродвигателях форма поверхностного тока определена конструкцией машины: в двигателях переменного тока (синхронных и асинхронных) это – синусоида, в двигателе постоянного тока – прямоугольник. В нетрадиционных электроприводах (например, с синхронными реактивными машинами независимого возбуждения (СРМНВ) [5]) благодаря многофазности машины и наличию преобразователя электрической энергии между сетью и двигателем эта форма может быть произвольной. Когда число фаз обмотки статора увеличено и каждая из этих обмоток может питаться независимо от других, появляется дополнительная возможность увеличить электромагнитный момент двигателя за счет перераспределения в конкретный момент времени величины потерь в фазах.

Постановку задачи оптимизации электромеханической системы можно считать корректной, если указаны и обоснованы: критерии оптимизации, параметры оптимизации, ограничения и функциональные связи.

**Критерии оптимизации.** Выбираются из тех условий, чтобы обеспечить наилучшие массогабаритные показатели электропривода. Из практики проектирования электрических машин известно, что габарит электродвигателя определяется электромагнитным моментом.

В качестве искомой функции (параметра оптимизации) принимается форма линейной плотности поверхностного тока  $x = x(t)$ , где  $t$  – текущая координата, отсчитываемая вдоль расточки статора.

При введённых обозначениях МДС, создаваемая обмоткой статора, будет определяться из выражения:

$$y(t) = \int x(t) dt + C,$$

где  $C$  – постоянная, которую можно определить из условия симметрии картины МДС в зазоре  $y(\tau) = y(-\tau)$ . Параметром  $\tau$  будем обозначать полное деление.

Касательное усилие, действующее на ротор в текущей точке  $t$ , можно определить

$$z(t) = x(t) \cdot y(t).$$

В частном случае, когда необходимо учитывать явнополюсную форму ротора (для СРМНВ), введём функцию  $u(t)$  вида

$$u(t) = \begin{cases} z(t), & \text{где } z(t) > 0 \\ 0, & \text{где } z(t) < 0. \end{cases}$$

Тогда площадь, ограниченная кривыми удельной касательной силы, будет пропорцио-

нальна величине окружной силы, создающей электромагнитный момент двигателя:

$$S = \int_{-\tau}^{+\tau} u(t) dt.$$

В качестве критерия оптимизации примем:

$$q = \frac{S}{\int_{-\tau}^{+\tau} x^2 \cdot dt}.$$

Критерий  $q$  пропорционален отношению величины электромагнитного момента двигателя к величине потерь в обмотке статора при единичных осевой длине ротора, окружности расточки статора, активном сопротивлении обмотки статора. Он удобен тем, что имеет нулевую размерность относительно величины тока статора, так как и числитель и знаменатель в равной степени (во второй) зависят от этого тока.

Ограничения, которые накладываются на изменение параметров объекта оптимизации, определяются техническим заданием на проектирование, стандартами и другими директивными документами, а также геометрическими, физическими, технико-экономическими соотношениями, включаемыми в методику проектирования данного типа привода. Наиболее актуальными ограничениями в электрической машине являются допустимое по нагреву значение тока, и максимальная величина индукции в зазоре.

В нашем случае примем в качестве ограничений:

– насыщение магнитной системы

$$y < y_{\max};$$

– ограничение по нагреву

$$\frac{1}{2\tau} \cdot \int_{-\tau}^{+\tau} x^2(t) dt \leq x_{\max}^2.$$

Наконец, функциональные связи, характеризующие свойства объекта оптимизации могут описываться графиками нагрузочных и скоростных диаграмм, учитывающих действие приложенных возмущений. Уравнения связи для нашего случая будут описываться выражениями, приведенными выше.

**Частный случай аналитического подхода к оптимизации.** Рассмотрим наиболее простую форму линейной нагрузки  $A(x)$  в электрической машине, когда на каждом отрезке полюсной дуги электродвигателя величина  $A = \text{const}$  (рис. 1, а).

В этом случае необходимо найти оптимальное соотношение между величинами линейной нагрузки в полюсной зоне и зоне межполюсного промежутка, которые в общем случае могут быть неравными между собой.

Выполним предварительные математические выкладки. На рис. 1, а показан принятый закон изменения линейной плотности поверхностного тока вдоль расточки статора, где  $A_1$  – плотность тока в фазных обмотках, расположенных над полюсом двигателя,  $A_2$  – плотность тока в фазных обмотках, расположенных над межполюсным промежутком. Тогда амплитудное значение МДС  $F_{\max}$ , можно определить из выражения

$$F = \int A \cdot dx + C,$$

где  $C$  выбирается из условия  $|F_{\max}| = |F_{\min}|$ . В нашем случае

$$F_{\max} = (A_1 \cdot \alpha_\delta + A_2(1 - \alpha_\delta)) \cdot \frac{1}{2} \tau.$$

Для определённости будем считать, что  $A_1 \cdot \alpha_\delta \cdot \tau > A_2 \cdot (1 - \alpha_\delta) \cdot \tau$ . Обозначим  $t$  – расстояние (в долях от полюсного деления) вдоль расточки статора от  $F_{\min}$  до  $F = 0$  (рис. 1, б), тогда

$$t = \frac{1}{2 \cdot A_1} \cdot [A_1 \cdot \alpha_\delta + A_2(1 - \alpha_\delta)].$$

Пусть  $F_{\text{перег}}$  – значение МДС, при котором происходит изменение наклона кривой МДС

$$\begin{aligned} F_{\text{перег}} &= F_{\max} - A_2 \cdot (1 - \alpha_\delta) \cdot \tau = \\ &= \frac{1}{2} \cdot [A_1 \cdot \alpha_\delta - A_2 \cdot (1 - \alpha_\delta)] \cdot \tau. \end{aligned}$$

Длина участка  $b$ , на котором касательные усилия направлены встречно усилиям, создающим результирующий электромагнитный момент (см. рис. 1, б),

$$b = (\alpha_\delta - t) = \frac{1}{2} \cdot [\alpha_\delta - n \cdot (1 - \alpha_\delta)],$$

где  $n = A_2 / A_1$ .

В линейной в магнитном отношении системе электромагнитный момент пропорционален МДС

$$\begin{aligned} M &= 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot F_{\max} \cdot t \cdot A_1 - \frac{1}{2} \cdot b \cdot F_{\text{перег}} \cdot A_1 \right) \cdot \tau \cdot l_\delta \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{\mu_0}{L_\delta} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \alpha_\delta \cdot (1 - \alpha_\delta) \cdot \tau^2 l_\delta \cdot \frac{D \cdot \mu_0}{L_\delta}, \end{aligned}$$

где  $l_\delta$  – длина магнитопровода в осевом направлении;  $D$  – диаметр ротора;  $L_\delta$  – воздушный зазор.

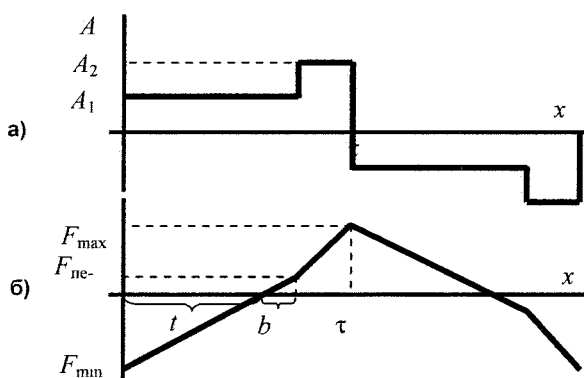


Рис. 1. Распределение линейной нагрузки  $A$ , магнитодвижущей силы  $F$  вдоль расточки статора

Квадрат действующего значения тока

$$\begin{aligned} I_d^2 &= (I_a^2 \cdot T \cdot \alpha_\delta + I_b^2 \cdot T \cdot (1 - \alpha_\delta)) \cdot \frac{1}{T} = \\ &= \frac{\tau^2}{m^2 \cdot w_\delta^2} \cdot [A_1^2 \cdot \alpha_\delta + A_2^2 \cdot (1 - \alpha_\delta)], \end{aligned}$$

где  $m$  – число фаз;  $w_\delta$  – число витков, приходящихся на фазу;  $f = 1/T$  – частота вращения ротора.

Для косвенного учета ограничения по нагреву, удобней, оказывается, разделить электромагнитный момент на квадрат действующего значения тока.

В этом случае минимум габаритов электрической машины может быть учтён критерием

$$q = \frac{M}{I^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n \cdot \alpha_\delta \cdot (1 - \alpha_\delta)}{\alpha_\delta + n^2 \cdot (1 - \alpha_\delta)} \cdot l_\delta \cdot \frac{D}{L_\delta} \cdot \mu_0.$$

Задача нахождения экстремали сведена к нахождению экстремума функции двух переменных. Необходимые условия экстремума на основании [6] можно записать в виде

$$\frac{\partial q}{\partial n} = 0; \quad \frac{\partial q}{\partial \alpha_\delta} = 0.$$

Найдём частную производную функции по  $n$  и приравняем её к нулю

$$\frac{\partial q}{\partial n} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_\delta \cdot (1 - \alpha_\delta) \cdot \frac{\alpha_\delta - n^2 \cdot (1 - \alpha_\delta)}{(\alpha_\delta + n^2 \cdot (1 - \alpha_\delta))^2} \cdot l_\delta \cdot \frac{D}{L_\delta} \cdot \mu_0 = 0.$$

Стационарной точкой (возможной точкой экстремума) является

$$n = \sqrt{\frac{\alpha_\delta}{1 - \alpha_\delta}}.$$

Если подставить полученное значение  $n$  в функцию, тогда получим

$$q = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\alpha_\delta \cdot (1 - \alpha_\delta)} \cdot l_\delta \cdot \frac{D}{L_\delta} \cdot \mu_0.$$

В уравнении критерий  $q$  зависит только от одной переменной  $\alpha_\delta$ , поэтому при нахождении второй стационарной точки достаточно найти производную уравнения и приравнять её к нулю

$$\frac{\partial q}{\partial \alpha_\delta} = \frac{1}{8} \cdot \frac{(1 - \alpha_\delta) - \alpha_\delta}{\sqrt{\alpha_\delta \cdot (1 - \alpha_\delta)}} \cdot l_\delta \cdot \frac{D}{L_\delta} \cdot \mu_0 = 0.$$

Решая совместно последние уравнения, найдём стационарные точки:

$$\alpha_\delta = 0,5; \quad n = 1.$$

Достаточным условием наличия экстремума функции двух переменных является [6]

$$\left( \frac{\partial^2 q}{\partial n \partial \alpha_\delta} \right)^2 - \frac{\partial^2 q}{\partial n^2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial \alpha_\delta^2} < 0$$

В нашем случае

$$\frac{\partial^2 q}{\partial n \partial n} = \frac{1}{8}; \quad \frac{\partial^2 q}{\partial n^2} = -\frac{1}{16}; \quad \frac{\partial^2 q}{\partial \alpha_\delta^2} = -\frac{1}{2},$$

на основании чего можно заключить, что стационарные точки являются экстремальными, а так как

$$\frac{\partial^2 q}{\partial n^2} < 0; \quad \frac{\partial^2 q}{\partial \alpha_\delta^2} < 0,$$

то при таких параметрах полюсной дуги и отношении тока возбуждения к току якоря выполняется максимум функционала.

Физически полученные результаты можно объяснить следующим образом:

– при произвольной величине полюсной дуги  $\alpha_\delta$  и  $n$ , соответствующая, МДС, создаваемая старторными обмотками, не будет изменять своего знака, поэтому удельные усилия вдоль полюсной дуги имеют один знак, как следствие, электромагнитный момент принимает максимальное значение;

– аналогично, при заданной величине отношения тока возбуждения к току якоря  $n$ , экстремальное значение функционала выполняется при таком значении  $\alpha_\delta$ , при котором МДС не изменяет своего знака.

**Общий случай аналитического подхода к оптимизации.** В общем случае решая задачу оптимизации, удобней искать не форму линейной плотности поверхностного тока ( $x(t)$ ), а кривую МДС ( $y(t)$ ) в зазоре. С учётом этого функционал будет иметь вид

$$M = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\tau}^{+\tau} (y(t) \cdot y'(t) + |y(t) \cdot y'(t)|) dt,$$

при ограничениях:

$$y < y_{\max}; \quad \frac{1}{2\tau} \cdot \int_{-\tau}^{+\tau} (y')^2 dt \leq A.$$

Такая задача относится к классу изопериметрических, в которых требуется определить экстремум функционала при наличии так называемых изопериметрических условий [7]. Как известно, эти задачи могут быть сведены к задачам на условный экстремум, путём введения новых неизвестных. Для получения основного необходимого условия надо составить вспомогательный функционал (функционал Лагранжа)

$$M = \int_{-\tau}^{+\tau} \frac{1}{2} ((y(t) \cdot y'(t) + |y(t) \cdot y'(t)|) + \lambda_1 \cdot (y'(t))^2 + \lambda_2 \cdot y'(t)) dt,$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – постоянные Лагранжа, и написать для него уравнение Эйлера [7].

Произвольные постоянные  $\lambda_1, \lambda_2$  в общем решении системы уравнений Эйлера, постоянные  $C_1, C_2$  определяются из изопериметрических и граничных условий:

$y(-\tau) = F_{\max}$ , где  $F_{\max}$  – максимальное значение МДС.

В частном случае ротора с круглым сечением, когда не отбрасываются отрицательные участки кривой удельных усилий  $z(t)$ , знака модуля в функционале нет, следовательно

$$M = \int_{-\tau}^{+\tau} ((y(t) \cdot y'(t) + \lambda_1 \cdot (y'(t))^2 + \lambda_2 \cdot y'(t)) dt.$$

Так как функционал сводится к виду  $M = \int F(y, y') \cdot dt$ , то уравнение Эйлера имеет первый интеграл  $F - y' \cdot F_{y'} = A$ .

Экстремаль функционала будет соответствовать произвольной функции, удовлетворяющей условиям, а это вполне согласуется с равенством нулю электромагнитного момента для случая ротора круглого сечения.

В общем случае нахождения экстремали функционала необходимо рассматривать его субдифференциал, и решать задачу, используя теорию выпуклого анализа [7]. При этом решение становится достаточно громоздким, что затрудняет его использование на последующих этапах проектирования электропривода.

**Результаты оптимизации.** Оптимизация формы линейной плотности поверхностного тока рассматривалась для случаев питания статорных обмоток от индивидуальных источников питания на каждую фазу (например, однофазный мостовой инвертор), двух параллельно работающих автономных инверторов по трёхфазной мостовой схеме и по схеме при  $120^\circ$  проводимости вентилей. Для каждого варианта силовой схемы учитывалось насыщение магнитной системы машины, ограничением предельного значения МДС.

В случае, когда каждый пазовый ток мог регулироваться независимо от других, а магнитная цепь электрической машины предполагалась идеально линейной, за исходный график линейной нагрузки принималась прямоугольная форма токов, причём ток возбуждения был равен току якоря. Расчёт показал, что оптимум достигался при равных величинах токов в пазах. При этом относительная величина полюсной дуги  $b = 0,5$ .

При учете насыщения реальная кривая намагничивания 1 электрической машины аппроксимировалась ломаной 2-3 (рис. 2), а степень насыщения учитывалась коэффициентом  $k = B_2/B_1$ , где  $B_1$  – индукция в зазоре, которая была бы при идеальной (ненасыщающейся) магнитной системе,  $B_2$  – максимальная реальная индукция в зазоре.

В этом случае оптимальной кривой линейной нагрузки оставалась горизонтальная прямая, но оптимальная величина полюсной дуги увеличивалась (рис. 3). Величина критерия  $q$  снижалась. Так, при  $B_2/B_1 = 0,5$  показатель  $q$  уменьшился на 42 %, а полюсная дуга увеличилась до  $b = 0,63$ .

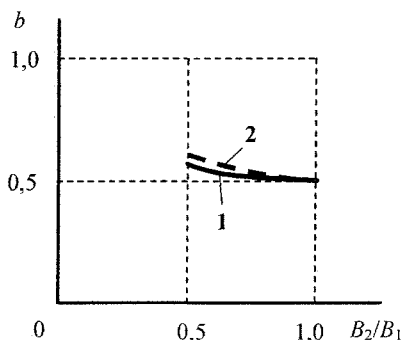


Рис. 3. Зависимость полюсной дуги  $b$  от степени насыщения магнитной системы: 1 – при независимом питании обмоток; 2 – при питании обмоток от двух трехфазных инверторов напряжения

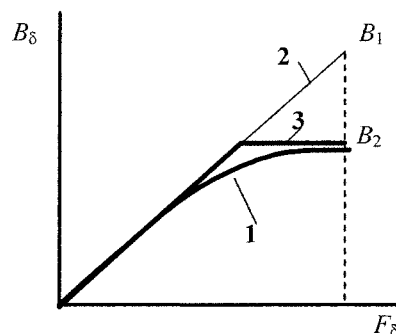


Рис. 2. Реальная (1), идеальная (2) и расчетная (3) кривые намагничивания электрической машины

Весьма распространенной в настоящее время является трехфазная мостовая схема автономного инвертора. В случае шестифазного СРМНВ обмотки фаз статора собираются в две звезды, сдвинутые пространственно на  $30^\circ$  электрических градусов, и подключаются к двум параллельно работающим автономным инверторам. Оптимизация формы линейной нагрузки дала в этом случае следующие результаты. Наибольшее значение показателя  $q$  наблюдается при  $180^\circ$ -градусной проводимости вентилей, правда, этот показатель на 11 % ниже, чем в исходной схеме. При этом  $b = 0,5$ . Оптимальная форма полуволны тока фазы статора СРМНВ (рис. 4) составлена из трех горизонтальных отрезков продолжительностью  $60^\circ$  градусов каждый, при этом средний отрезок в два раза выше крайних, равных между собой по амплитуде. При учете насыщения магнитной системы электродвигателя наблюдается снижение этого показателя. Так, при  $B_2/B_1 = 0,5$  наблюдалось снижение показателя  $q$  почти на 50 % по сравнению с исходным случаем. При этом  $b \approx 0,67$ .

Переход на  $120^\circ$ -градусную проводимость вентилей снижает показатель  $q$  эффективности использования двигателя на 19 % по сравнению с исходным вариантом.

**Результаты оптимизации для синхронных реактивных машин.** Для того чтобы сравнить СРМНВ с традиционным реактивным двигателем рассмотрен случай, когда последний питается от

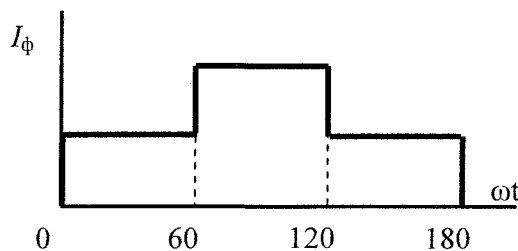


Рис. 4. Форма полуволны тока фазы статора СРМНВ при питании от трёхфазного инвертора напряжения

источника синусоидального напряжения. В этом случае линейная плотность поверхностного тока вдоль расточки статора описывается уравнением

$$A(x) = A_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right),$$

а МДС

$$F(x) = \int A(x) \cdot dx + C = -A_m \cdot \left( \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \right) \cdot \frac{\tau}{\pi}.$$

Удельное касательное усилие вдоль расточки статора определяется выражением:  $f_t = A(x) \cdot B_\delta(x)$ . Выбрав длину полюсной дуги  $\alpha_\delta = 0,5$ , найдём электромагнитный момент,

$$\begin{aligned} M &= \frac{D}{2} \cdot l_\delta \cdot \int_0^{2\tau} A(x) \cdot B_\delta(x) \cdot dx = \\ &= \frac{D}{2} \cdot l_\delta \cdot \int_0^{2\tau} A_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot A_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \cdot \frac{\mu_0}{L_\delta} \cdot dx = \\ &= k \cdot A_m^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot \frac{\tau}{2 \cdot \pi} \cdot \cos\left(2 \frac{\pi}{\tau} x\right) \Big|_0^{2\tau} = k \cdot \frac{A_m^2 \cdot \tau^2}{\pi^2}, \end{aligned}$$

где  $k = \frac{D}{2} \cdot l_\delta \cdot \frac{\mu_0}{L_\delta}.$

Отношение электромагнитного момента к квадрату амплитуды линейной плотности поверхностного тока

$$q = \frac{M}{A_m^2} = k \cdot \frac{2 \cdot \tau^2}{\pi^2}.$$

Для СРМНВ это отношение равно

$$q = k \cdot \tau^2 \cdot \frac{1}{4}.$$

Таким образом, когда реактивный двигатель питается от источника синусоидального напряжения, его показатель  $q$  снижен на 23 %. Учитывая, что синхронные реактивные двигатели в традиционных вариантах использования работают в схемах частотного регулирования (т. е. без датчиков положения ротора) или непосредственно от нерегулируемой сети переменного тока, где необходимо заботиться о запасе статической устойчивости двигателя, то показатель  $q$  снижается еще, по меньшей мере, в два раза [8, 9, 10].

### Литература

1. Ключев, В.И. Теория электропривода: учеб. для вузов по спец. «Электропривод и автоматизация пром. Установок» / В.И. Ключев. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
2. Усынин, Ю.С. Оптимальное передаточное число в следящем электроприводе с упругими связями в механической передаче / Ю.С. Усынин // Повышение долговечности тяжело нагруженных деталей машин: Тематич. сб. научн. тр. – Челябинск: ЧПИ, 1986. – С. 63–64.
3. Vagati, A. Advanced Motor Technologies: Synchronous Motors and Drives / A. Vagati // IEEE Transactions on Applications. – 1997. – P. 223–227.
4. Усынин, Ю.С. Следящие дифференциальные электроприводы автономных объектов: дис. ... д-ра техн. наук / Ю.С. Усынин. – Челябинск, 1994. – 241 с.
5. Усынин, Ю.С. Электроприводы и генераторы с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения / Ю.С. Усынин, М.А. Григорьев, К.М. Виноградов // Электричество. – № 3. – 2007. – С. 21–26.
6. Бермант, А.Ф. Курс математического анализа / А.Ф. Бермант. – Изд. 9-е. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. – 358 с.
7. Экланд, И. Выпуклый анализ и вариационные проблемы / И. Экланд, Р. Тетам; пер. с англ. В.М. Тихомирова. – М.: Мир, 1979. – 400 с.
8. Григорьев, М.А. Пределные возможности электроприводов с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения / М.А. Григорьев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2009. – Вып. 12. – № 34(167). – С. 51–55.
9. Григорьев, М.А. Физические основы теории электропривода с синхронным реактивным двигателем независимого возбуждения / М.А. Григорьев // Электротехнические системы и комплексы: межвуз. сб. науч. тр. – Магнитогорск: Изд-во МГТУ, 2002. – Вып. 7. – С. 52–60.
10. Качалов, А.В. Синхронизация систем импульсно-фазового управления вентильных преобразователей на базе интегрирующего развёртывающего преобразователя / А.В. Качалов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2010. – Вып. 13. – № 14(190). – С. 40–46.

Поступила в редакцию 16.09.2010 г.

**Григорьев Максим Анатольевич.** Кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск. Контактный телефон: +7 (351) 267-93-21.

**Maxim Anatolievich Grigoriev** is Cand.Sc. (Engineering), Associate Professor of the Electric Drive and Automation Department of South Ural State University, Chelyabinsk. Phone: +7 (351) 267-93-21.

**Бычков Антон Евгеньевич.** Аспирант кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск. Контактный телефон: +7 (351) 267-93-21.

**Anton Evgenievich Bychkov** is a postgraduate student of South Ural State University, Chelyabinsk. Phone: +7 (351) 267-93-21.