

# Электроэнергетика

## Electric power engineering

Научная статья

УДК 66.011

DOI: 10.14529/power220401

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАГРЕВА ТОКОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИЛЫ СИЛОВОГО КАБЕЛЯ ДЛЯ УЧЕТА ЭЛЕКТРОТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКАХ КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ

**И.Е. Колесников**, [sp19kie877@susu.ru](mailto:sp19kie877@susu.ru)

**К.Е. Горшков**, [gorshkovke@susu.ru](mailto:gorshkovke@susu.ru)

**А.В. Коржов**, [korzhovav@susu.ru](mailto:korzhovav@susu.ru)

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

**Аннотация.** В статье рассматриваются вопросы реализации диагностики и мониторинга состояния силовой части и изоляции высоковольтных кабельных линий в реальном времени с помощью цифровых двойников. Определены проблемы теплового учета и особенности моделирования электротепловых процессов нагрева в силовых кабелях. Предложена математическая электротепловая модель силового кабеля для цифрового двойника кабельной линии, основанная на разложении его динамического теплового сопротивления на сумму экспоненциальных составляющих, позволяющая реализовать расчет мгновенных значений температуры нагрева токопроводящей жилы кабеля в реальном времени при незначительных объемах вычислений на интервале дискретизации расчета. Приведены результаты расчета с помощью модели температуры нагрева одножильного силового кабеля при трехфазном коротком замыкании в сети.

**Ключевые слова:** цифровой двойник, кабельная линия, температура нагрева, математическая электротепловая модель, динамическое тепловое сопротивление

**Благодарности:** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № FENU-2022-0010.

**Для цитирования:** Колесников И.Е., Горшков К.Е., Коржов А.В. Математическая модель нагрева токопроводящей жилы силового кабеля для учета электротепловых процессов в цифровых двойниках кабельных линий // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». 2022. Т. 22, № 4. С. 5–14. DOI: 10.14529/power220401

Original article

DOI: 10.14529/power220401

### A MATHEMATICAL MODEL OF A POWER CABLE CURRENT-CONDUCTING CORE HEATING TAKING INTO ACCOUNT ELECTROTHERMAL PROCESSES IN CABLE LINE DIGITAL TWINS

**I.E. Kolesnikov**, [sp19kie877@susu.ru](mailto:sp19kie877@susu.ru)

**K.E. Gorshkov**, [gorshkovke@susu.ru](mailto:gorshkovke@susu.ru)

**A.V. Korzhov**, [korzhovav@susu.ru](mailto:korzhovav@susu.ru)

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

**Abstract.** This article deals with the implementation of diagnostics and monitoring of the current-conducting part and insulation state of high-voltage cable lines in real time using digital twins. The problems of thermal accounting and the features of modeling electrothermal heating processes in power cables are determined. A mathematical electrothermal model of a power cable for a cable line digital twin is proposed, based on the decomposition of its dynamic thermal resistance into the sum of exponential components, which makes it possible to calculate the instantaneous values of the heating temperature of a current-conducting cable core in real time with insignificant amounts of

© Колесников И.Е., Горшков К.Е., Коржов А.В., 2022

Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». 2022. Т. 22, № 4. С. 5–14  
ISSN 1990-8512 (Print) ISSN 2409-1057 (Online)

calculations on the discretization interval of the calculation. The results of calculation using the heating temperature model for a single-core power cable with a three-phase short circuit in the network are presented.

**Keywords:** digital twin, cable line, heating temperature, mathematical electrothermal model, dynamic thermal resistance

**Acknowledgments:** The study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project no. FENU-2022-0010.

**For citation:** Kolesnikov I.E., Gorshkov K.E., Korzhov A.V. A mathematical model of a power cable current-conducting core heating taking into account electrothermal processes in cable line digital twins. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*. 2022;22(4):5–14. (In Russ.) DOI: 10.14529/power220401

## **Введение**

Благодаря стремительному развитию информационных технологий расширяются возможности по сбору, передаче и анализу больших массивов данных, в результате чего меняются способы управления технологическими процессами на более совершенные и эффективные. Одним из таких способов является применение «цифровых двойников». Цифровые двойники обеспечивают взаимодействие между физическими объектами и их виртуальными копиями, отражающими структуру, производительность, техническое состояние и характер рабочей миссии физического объекта. Сегодня свое применение цифровые двойники находят в самых разных отраслях производства: машиностроении, аэрокосмической отрасли, судостроении, нефтегазовой отрасли и т. д. [1].

Цифровой двойник – это компьютерная модель, которая полностью копирует поведение физического объекта и представляет собой глубоко интегрированное устройство, способное к моделированию, контролю, расчетам, регулировке состояния технологической системы и процесса, интеллектуальному восприятию и к интерактивному сотрудничеству [2–4]. Кроме этого, цифровой двойник реализует постоянный сбор данных, осуществляет виртуальную имитацию работы устройства и функционирует в течение всего его жизненного цикла [5, 6].

Цифровой двойник обычно состоит из трех основных компонентов: физического пространства, цифрового пространства и слоя обработки информации, соединяющего два пространства.

Слой обработки информации в двойнике оперирует значениями параметров физических объектов, получая их через различные датчики в режиме реального времени, что позволяет ему реализовывать взаимодействие между физическим и виртуальным пространством и создавать имитационную цифровую модель с реализацией динамического моделирования системы. Данная технология позволяет не только повысить точность анализа технического состояния оборудования, но и установить скрытые связи между различными параметрами и получить новые практические знания с использованием большого массива данных [7].

Технология цифровых двойников имеет преимущество перед обычными цифровыми моделя-

ми физических устройств, созданными сеточными методами и методами конечных элементов, так как являются адаптивными, способны к уточнению и перестроению в соответствии с данными мониторинга объекта. Следовательно, цифровой двойник, в отличие от обычных моделей, способен к непрерывному обучению, адаптации, решению задач диагностики и предсказанию отказов [8].

## **Цифровые двойники в электросетевом комплексе**

В электрических сетях технология цифровых двойников соответствует внедряемым сегодня стандартам новых цифровых технологий. Важным элементом электросетевого комплекса являются линии электропередачи, обеспечивающие транспорт выработанных мощностей конечному потребителю. В крупных городах основу распределительных сетей составляют в первую очередь кабельные линии электропередачи, также они занимают часть линий и магистральных сетей. Развитие способов, методов и создание современной системы эксплуатационного контроля кабельных линий с реализацией возможности сигнализации о их недопустимом (предаврийном) состоянии является крайне важным вопросом, решение которого в дальнейшем снизит рост числа технологических нарушений, поможет обеспечить увеличение потребления электроэнергии, а также даст возможность увеличить срок службы силовых кабельных линий.

Отказ кабельной линии может быть вызван многими факторами, поэтому необходим постоянный мониторинг их технического состояния. Наиболее перспективным способом контроля состояния кабельных линий является неразрушающий контроль [9, 10]. Для реализации цифрового двойника кабельной линии необходим постоянный контроль сопротивления изоляции, уровня диэлектрических потерь, уровня частичных разрядов, величины переходного сопротивления наконечников концевых муфт и т. д.

Особое значение при эксплуатации кабельных линий имеет температурный режим, так как он определяет нагрузочную способность линии и напрямую влияет на процесс старения изоляции. При повышении температуры усиливаются химические реакции между изоляционными материалами, их

внутренними включениями, средой и влагой. Нагрев уменьшает нагрузочную способность кабельной линии и преждевременно старит изоляцию, что приводит к уменьшению ее срока службы, как результат, на практике допустимая нагрузка эксплуатируемых кабельных линий может существенно отличаться от расчетной [11].

Поэтому сохраняют свою актуальность задачи оценки текущего состояния кабельных линий путем применения современных методов диагностики и мониторинга, в том числе и путем разработки и внедрения технологии цифровых двойников.

### Особенности теплового контроля кабельных линий

Источником тепловыделения в силовом кабеле как основном элементе кабельной линии является токопроводящая жила. Именно ее температура ограничивает нагрузочную способность высоковольтного кабеля. Прямое измерение температуры жилы кабеля в процессе эксплуатации технически сложно реализовать и на текущий момент не встречается на объектах электроэнергетики. Сетевые организации ведут тепловой мониторинг наиболее ответственных высоковольтных кабельных линий при помощи оптоволоконного модуля, который закладывается в конструкцию кабеля поверх медного экрана при его производстве.

Известно, что температура экрана может отличаться от температуры жилы кабеля на величину до 30 °С в установившемся режиме и выше ее – в переходных режимах [11]. Также стоит отметить, что мониторинг температуры оптоволоконном применяется только на магистральных кабельных линиях электропередачи высокого и сверхвысокого напряжения. В распределительных сетях классом напряжения 35 кВ и ниже такой способ применения не находит ввиду значительного увеличения стоимости километра кабеля, а также сложности ремонтных работ, например при монтаже кабельных муфт.

Оценка температуры нагрева жилы кабеля методами непрямого измерения требует применения математических моделей, описывающих тепловые процессы в кабеле, с последующей реализацией этих моделей в вычислительном устройстве цифрового двойника. Возможности такого устройства и его характеристики будут зависеть от сложности и адекватности заложенной модели. Так, если модель оперирует постоянными тепловыми сопротивлениями, обычно используемыми в расчетах установившихся режимов, то цифровой двойник не сможет реагировать на кратковременные изменения режимных параметров силового кабеля, фиксировать мгновенные изменения температуры нагрева токопроводящей жилы и, следовательно, своевременно реагировать на переходные процессы и термические скачки. В то же время если быстроедействие устройства является ключевым фак-

тором, то заложенная в нем модель должна фиксировать тепловые импульсы и изменение температуры на весьма малых временных интервалах.

Рассмотрим в качестве примера процесс нагрева одножильного кабеля при внешнем трехфазном коротком замыкании (КЗ). Известно, что количество теплоты, выделяющееся в проводнике за время  $t$ , определяется величиной и формой протекающего тока  $i$ . Для проводника с омическим сопротивлением  $R$  это

$$\Delta P(t) = \frac{1}{t} \int_0^t i^2(t) R dt. \quad (1)$$

При коротком замыкании удельное количество теплоты, приходящееся на единицу длины проводника, будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \Delta P_R(t) &= \frac{1}{t} \int_0^t (i_n(t) + i_a(t))^2 dt = \\ &= \frac{1}{t} \int_0^t i_n^2(t) dt + 2 \frac{1}{t} \int_0^t i_n(t) i_a(t) dt + \frac{1}{t} \int_0^t i_a^2(t) dt = \\ &= \Delta P_n(t) + \Delta P_{na}(t) + \Delta P_a(t), \end{aligned}$$

где  $i_n(t)$  и  $i_a(t)$  – периодическая и аperiodическая составляющие тока КЗ.

Слагаемые  $\Delta P_n(t)$ ,  $\Delta P_{na}(t)$  и  $\Delta P_a(t)$  определяют интенсивность и характер процесса нагрева. На рис. 1а демонстрируются кривые изменения этих составляющих во времени на интервале в несколько периодов с момента возникновения трехфазного КЗ для высоковольтного силового кабеля с алюминиевой жилой (значения даются на единицу длины). Кривые изменения суммарных тепловых потерь в жиле кабеля приведены на рис. 1б.

Из графиков рис. 1 видно, что составляющая  $\Delta P_{na}(t)$  имеет периодический характер, и ее среднее значение на интервалах времени в несколько периодов стремится к нулю. Однако наличие этой составляющей существенно меняет форму кривой суммарного тепловыделения потерь в кабеле. Следовательно, если рассматривать тепловые процессы и оценивать изменения мгновенных значений тепловых потерь и температуры нагрева на малых интервалах времени, сравнимых с периодом основной частоты или равных нескольким периодам, то потребуется учесть влияние этой составляющей. Поэтому при учете нагрева кабеля в переходных режимах и при оценке допустимости мгновенных значений температуры нагрева и их воздействия на изоляцию кабеля следует оперировать мгновенными значениями протекающего тока и рассчитывать изменения тепловых параметров с малым интервалом дискретизации на порядок меньшим периода основной частоты.

При проектировании кабельных линий расчет допустимого рабочего тока нагрузки по условию его нагрева принято выполнять согласно методике,

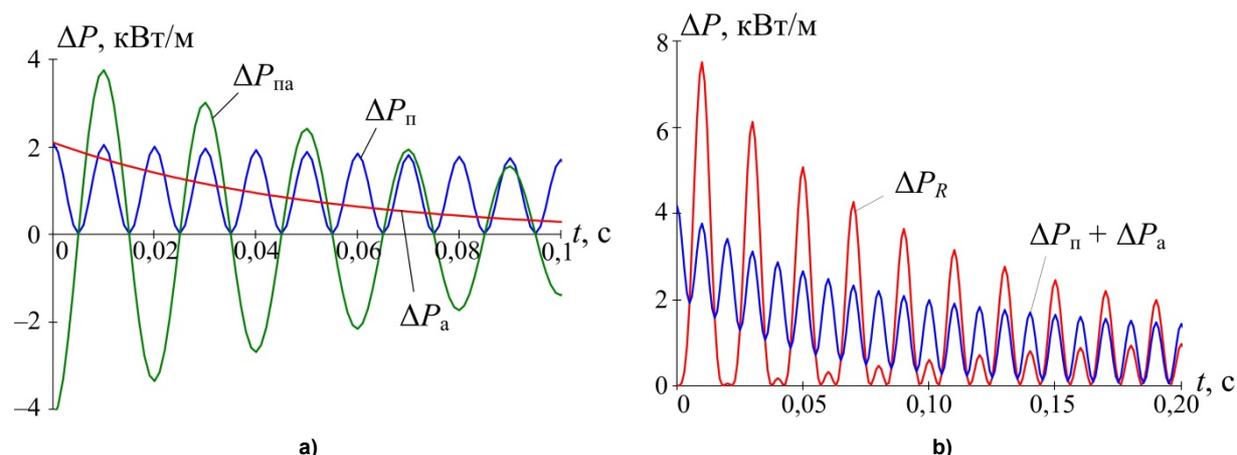


Рис. 1. Мгновенные значения составляющих тепловых потерь в силовом кабеле, возникающих при протекании тока короткого замыкания  
Fig. 1. Instantaneous values of the components of heat losses in the power cable that occur when a short circuit current flow

описанной в ГОСТ Р МЭК 60287 [12, 13]. В основе методики лежит оценка теплового состояния и нагрузочной способности силового кабеля аналитическим способом, разработанным Нейером и МакГрафом [14]. Данный стандарт оперирует методами расчета установившихся тепловых режимов работы силовых кабелей, которые не подходят для анализа нагрева при интенсивных переходных процессах. При этом известно, что наибольшее отклонение температуры нагрева в кабельных линиях от установившегося значения может наблюдаться именно в переходных режимах [15]. Кроме этого, метод неприменим при нестандартной прокладке кабеля и оперирует упрощенными геометрическими моделями.

Для проведения тепловых расчетов в переходных режимах существует методика Ван Вормера, основанная на изменении тепловой схемы замещения силового кабеля. Данная методика легла в основу стандарта МЭК 60853 [16]. Основной ее недостаток – это невозможность учета зависимости теплофизических характеристик изоляции от температуры нагрева токопроводящей жилы, что приводит к значительной погрешности, которая возрастает вместе с классом напряжения и толщиной изоляции рассматриваемых высоковольтных кабелей.

Оценка нагрузочной способности кабельной линии в реальном времени может быть реализована с помощью метода конечных элементов, а также сеточных или ячеечных моделей, позволяющих детально учесть геометрические формы, конструкцию силового кабеля и способ его прокладки [17, 18]. Однако с уменьшением интервала дискретизации расчетов применение этих методов приводит к неоправданному увеличению числа операций и значительному снижению точности вычислений, что критично для вычислительных устройств и систем реального времени.

Поэтому сохраняет актуальность задача теплового расчета силового кабеля при создании цифрового двойника кабельной линии путем разработки электротепловой модели, позволяющей определять мгновенные значения температуры нагрева жилы и слоев изоляции в реальном времени с быстродействием, заведомо превышающим частоту изменения электрических потерь во всех возможных режимах его работы.

### Электротепловая модель нагрева силового кабеля

Ниже рассмотрена математическая модель для расчета мгновенных значений температуры нагрева жилы кабеля в реальном времени при произвольном числе и форме тепловых импульсов. Работа модели основана на получении информации о мгновенных значениях тока в кабеле с датчика тока и о температуре нагрева внешней оболочки кабеля или внешнего слоя изоляции с датчика контроля температуры. Температура токопроводящей жилы внутри кабеля определяется математически путем расчета мгновенных значений тепловых потерь и приращений температур слоев кабеля над температурой внешней оболочки. Для этого модель оперирует переходным тепловым сопротивлением «жила – среда»  $Z_{(th)cc-a}$ . Данная величина рассматривается как функция от времени  $Z_{(th)cc-a}(t)$ , что позволяет представить тепловые процессы в кабеле как переходные процессы в электрической (электротепловой) схеме замещения, вызванные действием переменного тока кабеля. Вариант такой схемы замещения для одножильного кабеля показан на рис. 2.

На схеме замещения тепловые потери, выделяющиеся на поверхности жилы кабеля, обозначены величиной  $P_{cc}$ , а температура жилы кабеля и температура внешней среды у поверхности кабеля, фиксируемая внешним датчиком, как  $\Theta_{cc}$  и  $\Theta_a$

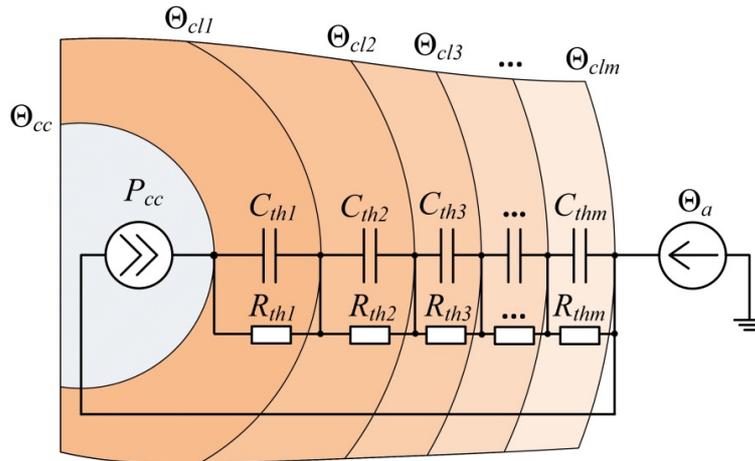


Рис. 2. Электротепловая схема замещения силового кабеля  
Fig. 2. Electrothermal equivalent circuit of the power cable

соответственно. Динамическое тепловое сопротивление  $Z_{(th)cc-a}$ , обуславливающее разницу между этими температурами, представлено в виде электрической цепи, собранной из последовательно соединенных  $R_{th}C_{th}$ -цепочек. Каждая цепочка образует условно тепловой слой кабеля, на поверхности которого температура одинакова в любой его точке. Поэтому температура жилы в такой схеме замещения будет определяться суммой приращений температур тепловых слоев кабеля над температурой  $\Theta_a$  и может быть найдена в любой момент времени как

$$\Theta_{cc} = \Theta_a + \sum_k \Delta\Theta_{clk}, \quad (2)$$

где  $\Delta\Theta_{clk}$  – приращение температуры  $k$ -го слоя над температурой  $k-1$ -го соседнего слоя кабеля.

Для реализации расчета по формуле (2) для кабеля должна быть предварительно получена кривая динамического теплового сопротивления  $Z_{(th)cc-a}(t)$  расчетным или опытным путем и затем представлена в виде суммы экспоненциальных зависимостей:

$$Z_{(th)cc-a}(t) = \sum_{k=1}^m R_{thk} \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thk}C_{thk}}} \right), \quad (3)$$

где  $m$  – количество слоев или участков кабеля;  $R_{thk}$ ,  $C_{thk}$  – собственное тепловое сопротивление и внешняя тепловая проводимость  $k$ -го слоя соответственно.

Получение кривой  $Z_{(th)cc-a}(t)$  следует рассматривать как отдельную самостоятельную задачу. В работе [15] показано, как эта кривая может быть получена лабораторным способом посредством установки калиброванных датчиков температуры на поверхности жилы и на внешней оболочке образца кабеля с последующим выполнением серии опытных замеров разницы температур при фиксированном импульсе тока. После этого искомая зависимость может быть найдена как

$$Z_{(th)cc-a}(t_i) = \frac{\Theta_{cc}(t_i) - \Theta_a(t_i)}{P_{cc}(t_i)}, \quad (4)$$

где  $t_i$  – момент времени, соответствующий  $i$ -му замеру.

Если обозначить шаг расчета в модели по времени как  $\Delta T$  и подставить формулу (3) в формулу (2), то мгновенное значение температуры жилы кабеля в произвольный момент времени можно высчитать итерационно по выражениям:

$$\Theta_{cc}(T_i) = \Theta_a + \sum_{k=1}^m \Delta\Theta_{clk}(T_i); \quad (5)$$

$$\Delta\Theta_{clk}(T_i) = P_{cc}(T_i)R_{thk} - (P_{cc}(T_i)R_{thk} - \Delta\Theta_{clk}(T_{i-1}))e^{-\frac{T_i - T_{i-1} + \Delta T}{R_{thk}C_{thk}}}, \quad (6)$$

где  $P_{cc}(T_i)$  – мгновенное значение тепловых потерь, посчитанное на текущей итерации;  $\Delta\Theta_{clk}(T_{i-1})$  – приращение температуры  $k$ -го слоя, найденное на предыдущей итерации;  $T_i$  и  $T_{i-1}$  – расчетные моменты времени, соответствующие текущей и предыдущей итерациям расчета.

При выполнении расчетов по формулам (5) и (6) информацией, заново вычисляемой на новой итерации, будет значение тепловых потерь  $P_{cc}$ , а информацией, пересчитываемой по данным предыдущей итерации, – приращения температур  $\Delta\Theta_{clk}$ , количество которых всегда определяется числом слоев  $m$ . Это существенно минимизирует требования к оперативной памяти вычислительного устройства цифрового двойника, необходимой для вычисления текущего мгновенного значения температуры нагрева.

Точность расчетов по вышеприведенным формулам напрямую зависит от шага дискретизации расчета  $\Delta T$ , который должен быть в разы меньше интервала периодичности изменения электрических потерь в кабеле и соответственно тока

кабеля. Кроме этого, на адекватность расчета будет влиять и точность, с которой была заранее получена кривая динамического теплового сопротивления  $Z_{(th)cc-a}(t)$ . Если она получена путем лабораторных замеров, как показано выше, то их временной интервал будет напрямую коррелировать с точностью расчетов температур нагрева в рассматриваемой модели. Интервал замеров не должен превышать интервал дискретизации расчетов в модели, что является определяющим фактором при оценке ее погрешностей.

Вторым фактором по важности следует называть точность, с которой выполнено разложение кривой теплового динамического сопротивления  $Z_{(th)cc-a}(t)$  на сумму экспоненциальных составляющих. Разложение кривой может рассматриваться как типовая оптимизационная задача с целевой функцией вида

$$\sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^m R_{thk} \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{R_{thk} C_{thk}}} \right) - Z_{(th)cc-a}(t_i) \right]^2 \rightarrow \min,$$

где  $t_i$  – момент времени, соответствующий  $i$ -му замеру;  $n$  – число выполненных замеров.

В такой записи число слоев кабеля  $m$  – это варьируемый параметр, а критерий – минимальная погрешность разложения на сумму составляющих при выбранном способе оптимизации.

### Реализация модели в среде LabView

Для апробации описанного выше подхода была разработана и реализована в среде LabView программа, рассчитывающая мгновенные значения температуры нагрева одножильного кабеля в переходных режимах.

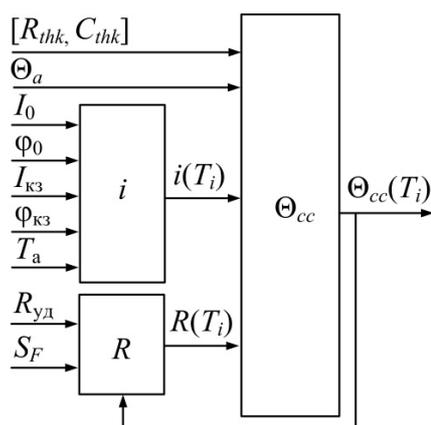


Рис. 3. Структурно-логическая схема реализованной модели  
Fig. 3. Structural and logical scheme of the implemented model

Структурная схема реализованного в ней алгоритма показана на рис. 3 и включает в себя три основных вычислительных блока. Первый блок « $i$ » рассчитывает мгновенные значения тока кабеля с учетом переходных процессов, возникающих при

внешних коротких замыканиях и коммутациях в сети (инициируются пользователем вручную). Второй блок « $\Theta_{cc}$ » реализует расчет электротепловых процессов и вычисляет мгновенные значения температуры нагрева жилы кабеля в реальном времени  $\Theta_{cc}(T_i)$ , при этом учитывается зависимость активного сопротивления жилы  $R(T_i)$  от текущего значения температуры ее нагрева, для чего в программу введен третий блок « $R$ ».

Исходными данными в программе выступают: площадь сечения токоведущей жилы кабеля  $S_F$ , мм<sup>2</sup>; удельное активное сопротивление  $R_{уд}$ , Ом·мм<sup>2</sup>/м; массив собственных тепловых сопротивлений и внешних тепловых проводимостей слоев кабеля  $[R_{thk}, C_{thk}]$ , заранее полученный из разложения кривой динамического теплового сопротивления на сумму экспонент; температура на поверхности кабеля  $\Theta_a$ , °С; действующие значения периодической составляющей тока КЗ  $I_{кз}$ , А и тока предшествующего режима  $I_0$ , А; углы мощности до замыкания  $\varphi_0$ , эл. град и при КЗ  $\varphi_{кз}$ , эл. град; постоянная времени затухания аperiodической составляющей  $T_a$ , с.

Расчет в программе выполняется итерационно с фиксированным шагом по времени  $\Delta T$ . Мгновенное значение тока, протекающего в кабеле, на каждой итерации расчета определяется по выражению

$$i(T_i) = i_n(T_i) + i_a(T_i), \quad (7)$$

где  $i_n(T_i)$  и  $i_a(T_i)$  – периодическая и аperiodическая составляющие тока в кабеле соответственно в момент времени  $T_i$ .

Периодическая составляющая вычисляется с учетом текущего режима работы кабеля по формуле

$$i_n(T_i) = I_m \sin\left(\omega T_i - \varphi \frac{\pi}{180}\right), \quad (8)$$

где

$$I_m = \begin{cases} \sqrt{2} I_0, & \text{в нормальном режиме;} \\ \sqrt{2} I_{кз}, & \text{при КЗ} \end{cases}$$

и

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0, & \text{в нормальном режиме;} \\ \varphi_{кз}, & \text{при КЗ.} \end{cases}$$

Величина  $i_a(T_i)$  в момент возникновения коммутации в сети находится как разность  $i(T_{i-1}) - i_n(T_i)$ , на остальных итерациях ее величина определяется как

$$i_a(T_i) = i_a(T_{i-1}) e^{-\frac{\Delta T}{T_a}}. \quad (9)$$

Далее вычисляется мгновенное значение тепловых потерь, выделившихся в жиле на текущей итерации, для чего первоначально опреде-

ляется среднее значение квадрата тока по методу трапеции:

$$I_{AVG}(T_i) = \frac{i(T_i)^2 + i(T_{i-1})^2}{2}. \quad (10)$$

Отсюда удельные тепловые потери в кабеле на  $i$ -й итерации расчета составят

$$P_{cc}(T_i) = I_{AVG}(T_i) \cdot R(T_i). \quad (11)$$

Расчет завершается подстановкой найденной величины  $P_{cc}(T_i)$  в формулу (6) с последующим нахождением мгновенных значений приращений температур каждого слоя  $\Delta\Theta_{clk}(T_i)$  и температуры на поверхности жилы кабеля  $\Theta_{cc}(T_i)$  по формуле (5).

На рис. 4 демонстрируются кривые осциллограмм мгновенных значений фазного тока кабеля, удельных тепловых потерь на единицу длины и температуры нагрева жилы, полученные в программе для алюминиевого одножильного кабеля при нескольких циклах внешнего трехфазного КЗ.

Короткое замыкание моделировалось при условиях  $I_{кз} = 2$  кА,  $\varphi_{кз} = 90$  эл. град,  $T_a = 0,1$  с, параметры установившегося предшествующего режима задавались равными  $I_0 = 200$  А,  $\varphi_0 = 60$  эл. град при установившейся начальной температуре  $\Theta_a = 20$  °С. Значения коэффициентов  $R_{thk}$ ,  $C_{thk}$  рассчитывались путем разложения на составляющие заранее полученной опытной кривой  $Z_{(th)cc-a}(t)$  в специализированной программе Zth-Approximation, разработанной на кафедре ЭССиСЭ ЮУрГУ [19].

На графиках рис. 4 видно, что на временных интервалах, когда по кабелю протекает ток КЗ, кривая температуры содержит видимые пульсации, обусловленные изменением формы кривой тепловых потерь, выделяющихся в токопроводящей жиле. При отключении КЗ и снижении тока кабеля температура жилы уменьшается не сразу, а с интервалом запаздывая, в начале которого она продолжает расти по инерции. Все это соответствует общепринятым представлениям о тепловых процессах, протекающих в изолированных проводниках, что позволяет сделать вывод о приме-

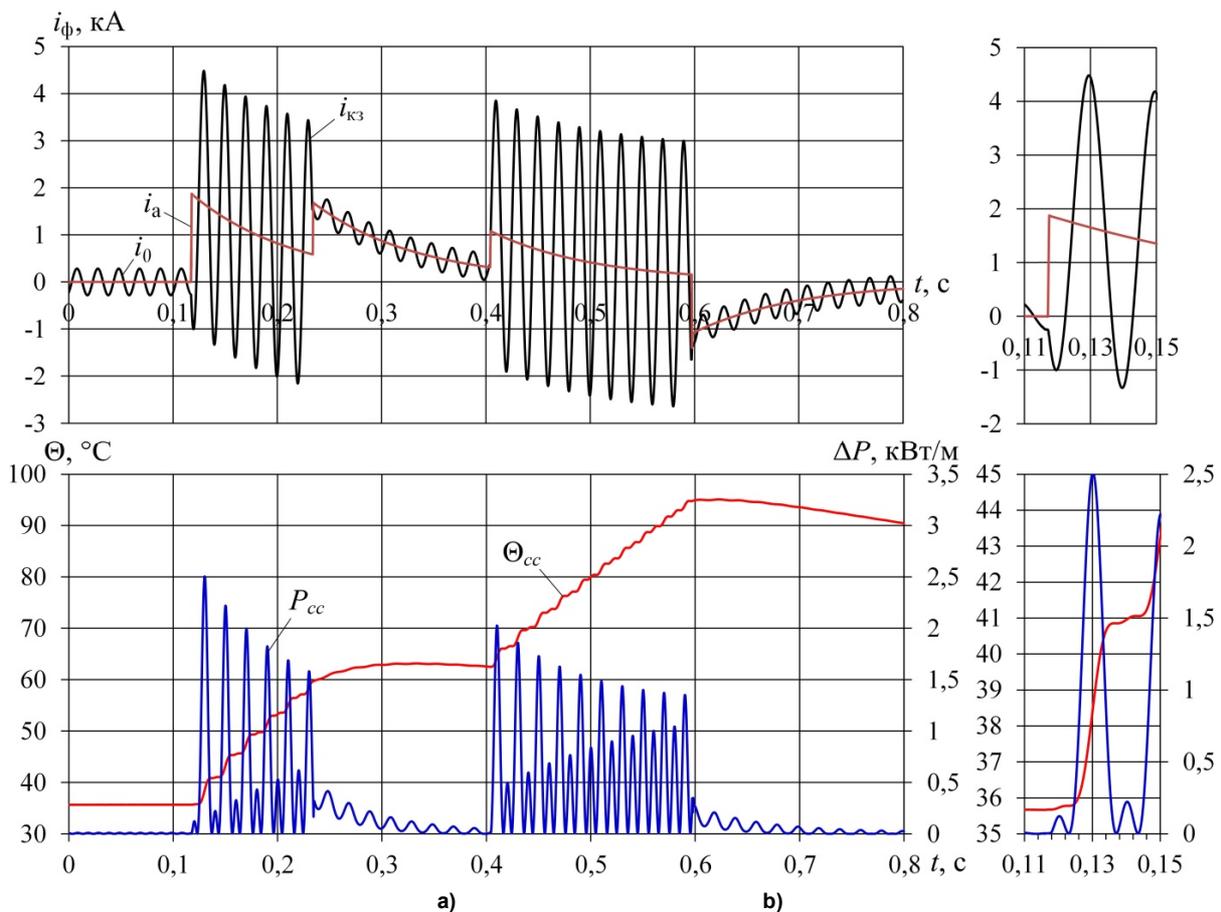


Рис. 4. Кривые фазного тока до замыкания  $i_0$ , при КЗ  $i_{кз}$ , аperiodической составляющей  $i_a$ , тепловых потерь  $P_{cc}$  и температуры нагрева токопроводящей жилы  $\Theta_{cc}$ , полученные в модели при циклическом нагреве одножильного кабеля током трехфазного КЗ: а – интервал 0...0,8 с; б – интервал 0,11...0,15 с

Fig. 4. Curves of the phase current before closing  $i_0$ , at short circuit  $i_{кз}$ , aperiodic component  $i_a$ , heat losses  $P_{cc}$  and heating temperature of the conductive core  $\Theta_{cc}$ , obtained in the model during cyclic heating of a single-core cable by a three-phase short circuit current: a – interval 0...0.8 s; b – interval 0.11...0.15 s

нимости рассмотренного подхода в целом как для моделирования электротеплового нагрева, так и для разработки цифровых двойников.

Полученные в программе кривые отражают процесс нагрева кабеля и его изоляции без учета изменения температуры окружающей среды  $\Theta_a$  в месте его прокладки. Учет последнего в математической модели может быть выполнен разными способами: либо путем рассмотрения переходных тепловых сопротивлений элементов окружающей среды, либо путем размещения внешних датчиков температуры и получения необходимой информации с них в реальном времени.

### **Выводы**

1. Рассмотрены вопросы разработки тепловой части цифрового двойника кабельной линии, показано, что для учета изменения температуры нагрева силового кабеля в цифровом двойнике с учетом переходных режимов и тепловых импульсов произвольной формы и длительности необходимо оперировать мгновенными значениями температуры нагрева токопроводящей жилы кабеля. Это позволит сознательно регулировать загрузку кабельных линий в реальном времени, предотвращать критическую перегрузку либо, наоборот, выявлять дополнительные возможности в тех случаях, когда применение традиционных подходов приводит к недоиспользованию скрытых резервов и тепловых запасов.

2. Существующие методы теплового расчета кабельных линий не всегда подходят для расчета переходных режимов их работы и различаются по точности, сложности и объему вычислений, которые необходимо выполнить в ходе итерационного расчета. Последнее является определяющим фактором для вычислительных устройств, реализующих функции цифрового двойника.

3. В связи с этим разработан вариант математической модели для расчета мгновенных значений температуры нагрева жилы кабеля на основе применения динамического теплового сопротивления «жила – среда» с предварительным его разложением на сумму экспоненциальных составляющих, отличающийся малым объемом вычислений на расчетном временном интервале, что позволит существенно снизить требования к вычислительному устройству цифрового двойника.

4. С помощью модели выполнен имитационный расчет теплового нагрева кабеля при трехфазном коротком замыкании и показана пригодность модели для дальнейшего применения при разработке и реализации элементов цифровых двойников.

В завершение отметим, что рассмотренный выше подход применим и к другим устройствам и элементам электрической сети, для которых необходима или целесообразна реализация теплового мониторинга в реальном времени методами непрямого измерения.

### **Список литературы**

1. Царев М.В., Андреев Ю.С. Цифровые двойники в промышленности: история развития, классификация, технологии, сценарии использования // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2021. № 64 (7). С. 517–531. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-7-517-531
2. Uhlemann T. H.-J., Steinhilper C.L., Steinhilper R. The Digital Twin: Realizing the Cyber-Physical Production System for Industry 4.0 // Procedia CIRP. 2017. Vol. 61. P. 335–340. DOI: 10.1016/j.procir.2016.11.152
3. Boschert S., Rosen R. Digital Twin – The Simulation Aspect // Mechatronic Futures. Springer International Publishing. 2016. P. 59–74. DOI: 10.1007/978-3-319-32156-1\_5
4. Tao F., Zhang J. Digital twin workshop: a new paradigm for future workshop // Computer Integrated Manufacturing Systems. 2017. Vol. 23. P. 1141–1153. DOI: 10.13196/j.cims.2017.01.001
5. Zheng Y., Yang S., Cheng H. An application framework of digital twin and its case study // Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. 2018. Vol. 10. P. 1141–1153. DOI: 10.1007/s12652-018-0911-3
6. Bolton R.N. Customer experience challenges: bringing together digital, physical and social realms // Journal of Service Management. 2018. Vol. 29. P. 776–808. DOI: 10.1108/JOSM-04-2018-0113
7. Khalyasma A., Eroshenko S., Shatunova D. et al. Digital twin technology as an instrument for increasing electrical equipment reliability // 4th International Conference on Reliability Engineering (ICRE 2019). 2019. Vol. 836. P. 1–5. DOI: 10.1088/1757-899X/836/1/012005
8. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Малыгина Г.Ф. Методы создания цифровых двойников на основе нейросетевого моделирования // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. Т. 14, № 3. С. 521–532. DOI: 10.25559/SITITO.14.201803.521-532
9. Pang B., Zhu B., Wang S., Li R. On-line monitoring method for long distance power cable // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2016. Vol. 23. P. 70–76. DOI: 10.1109/TDEI.2015.004995
10. Пономарев Н. В. Анализ методов диагностики состояния силовых высоковольтных кабельных линий // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2012. № 5 (93). С. 68–71.
11. Опыт применения термического анализа для изучения теплопроводности полимерных материалов для кабельных изделий / А.Н. Горобец, А.А. Крючков, В.Л. Овсиенко и др. // Кабели и провода. 2013. № 5 (342). С. 16–18.

12. ГОСТ Р МЭК 60287-1-3–2009. Кабели электрические. Расчет номинальной токовой нагрузки. Часть 1-3. Уравнения для расчета номинальной токовой нагрузки (100 % – коэффициент нагрузки) и расчет потерь. Распределение тока между одножильными кабелями, расположенными параллельно, и расчет потерь, обусловленных циркулирующими токами. М.: Стандартинформ, 2010. 20 с.
13. ГОСТ Р МЭК 60287-2-1–2009. Кабели электрические. Расчет номинальной токовой нагрузки. Часть 2-1. Тепловое сопротивление. Расчет теплового сопротивления. М.: Стандартинформ, 2010. 36 с.
14. Neher J.H., McGath M.H. The Calculation of the Temperature Rise and Load Capability of Cable Systems // *AIEE Transactions*. 1957. Vol. 76. P. 755–772. DOI: 10.1109/AIEEPAS.1957.4499653
15. Kolesnikov I.E., Korzhov A.V., Gorshkov K.E. A Digital Model for Evaluating the Thermal Behavior of Power Cable Couplings // *Proceedings 2020 Global Smart Industry Conference (GloSIC)*. 2020. P. 309–314. DOI: 10.1109/GloSIC50886.2020.9267881
16. Van Wormer F.C. An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Temperature Transients // *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs*. 1955. Vol. 74, part 3. P. 277–280. DOI: 10.1109/AIEEPAS.1955.4499079
17. Расчет температурных полей и токовых нагрузок кабелей в ANSYS / Л.А. Ковригин, Н.А. Белкин, Р.А. Биянов и др. // *Кабель-news*. 2009. № 4. С. 91–95.
18. Построение модели цифрового двойника подземного электрического кабеля: тепловая часть задачи / Ю.Д. Кутумов, В.Е. Мизонов, А.И. Тихонов, Т.Ю. Шадрикова // *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*. 2021. № 3. С. 59–65. DOI: 10.17588/2072-2672.2021.3.059-065
19. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012617384. Zth-Approximation / К.Е. Горшков, М.Е. Гольдштейн. Заявл. 22.06.2012; зарег. 16.08.2012; опубл. 20.12.2012; Бюл. Роспатента RU ОБПБТ № 4 (81). С. 333.

#### References

1. Tsarev M.V., Andreev Yu. S. Digital twins in industry: development history, classification, technologies, use cases. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie = Journal of Instrument engineering*. 2021;7(64):517–531. (In Russ.) DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-7-517-531
2. Uhlemann T.H.-J., Steinhilper C.L., Steinhilper R. The Digital Twin: Realizing the Cyber-Physical Production System for Industry 4.0. *Procedia CIRP*. 2017;61:335–340. DOI: 10.1016/j.procir.2016.11.152
3. Boschert S., Rosen R. Digital Twin – The Simulation Aspect. In: *Mechatronic Futures*. Springer International Publishing; 2016. P. 59–74. DOI: 10.1007/978-3-319-32156-1\_5
4. Tao F., Zhang J. Digital twin workshop: a new paradigm for future workshop. *Computer Integrated Manufacturing Systems*. 2017;23:1141–1153. DOI: 10.13196/j.cims.2017.01.001
5. Zheng Y., Yang S., Cheng H. An application framework of digital twin and its case study. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*. 2018;10:1141–1153. DOI: 10.1007/s12652-018-0911-3
6. Bolton R.N. Customer experience challenges: bringing together digital, physical and social realms. *Journal of Service Management*. 2018;29:776–808. DOI: 10.1108/JOSM-04-2018-0113
7. Khalyasma A., Eroshenko S., Shatunova D. et al. Digital twin technology as an instrument for increasing electrical equipment reliability. In: *4th International Conference on Reliability Engineering (ICRE 2019)*. 2019;836:1–5. DOI: 10.1088/1757-899X/836/1/012005
8. Vasilyev A.N., Tarkhov D.A., Malykhina G.F. Methods of creating digital twins based on neural network modeling. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2018;14(3):521–532. (In Russ.) DOI: 10.25559/SITITO.14.201803.521-532
9. Pang B., Zhu B., Wang S., Li R. On-line monitoring method for long distance power cable. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 2016;23:70–76. DOI: 10.1109/TDEI.2015.004995
10. Ponomarev N.V. [Analysis of methods for diagnosing the state of power high-voltage cable lines]. *Bulletin of the Kuzbass state technical university*. 2012;5(93):68–71. (In Russ.)
11. Gorobec A.N., Kryuchkov A.A., Ovsienko V.L. et al. [Experience in using thermal analysis to study the thermal conductivity of polymeric materials for cable products]. *Cables and Wires*. 2013;5(342):16–18. (In Russ.)
12. *GOST R MEK 60287-1-3–2009*. Electric cables. Calculation of the current rating. Part 1-3. Current rating equations (100% load factor) and calculation of losses. Current sharing between parallel single-core cables and calculation of circulating current losses. Moscow: Standartinform Publ. 2010. 20 p. (In Russ.)
13. *GOST R MEK 60287-2-1–2009*. Electric cables. Calculation of the current rating. Part 2-1. Thermal resistance. Calculation of thermal resistance. Moscow, Standartinform Publ., 2010. 36 p. (In Russ.)
14. Neher J.H., McGath M.H. The Calculation of the Temperature Rise and Load Capability of Cable Systems. *AIEE Transactions*. 1957;76:755–772. DOI: 10.1109/AIEEPAS.1957.4499653
15. Kolesnikov I.E., Korzhov A.V., Gorshkov K.E. A Digital Model for Evaluating the Thermal Behavior of Power Cable Couplings. In: *Proceedings 2020 Global Smart Industry Conference (GloSIC)*; 2020. P. 309–314. DOI: 10.1109/GloSIC50886.2020.9267881

16. Van Wormer F.C. An Improved Approximate Technique for Calculating Cable Temperature Transients. *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs.* 1955;74(3):277–280. DOI: 10.1109/AIEEPAS.1955.4499079
17. Kovrigin L.A., Belkin N.A., Biyanov R.A. et al. [Calculation of temperature fields and current loads of cables in ANSYS]. *Kabel-news*. 2009;4:91–95. (In Russ.)
18. Kutumov Yu.D., Mizonov V.E., Tikhonov A.I., Shadrikova T.Yu. Development of digital twin model of underground electric cable: thermal part of the problem. *Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*. 2021;3:59–65. (In Russ.) DOI: 10.17588/2072-2672.2021.3.059-065
19. Gorshkov K.E., Gol'dshteyn M.E. *Zth-Approximation*. Certificate of state registration of the computer program, no. 2012617384; 2012. (In Russ.)

***Информация об авторах***

**Колесников Иван Евгеньевич**, аспирант кафедры электрических станций, сетей и систем электроснабжения, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; sp19kie877@susu.ru.

**Горшков Константин Евгеньевич**, канд. техн. наук, доц. кафедры электрических станций, сетей и систем электроснабжения, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; gorshkovke@susu.ru.

**Коржов Антон Вениаминович**, д-р техн. наук, доц., проф. кафедры электрических станций, сетей и систем электроснабжения, Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия; korzhovav@susu.ru.

***Information about the authors***

**Ivan E. Kolesnikov**, Postgraduate Student of the Department of Power Plants, Networks and Power Supply Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; sp19kie877@susu.ru.

**Konstantin E. Gorshkov**, Cand. Sci. (Eng.), Ass. Prof. of the Department of Power Plants, Networks and Power Supply Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; gorshkovke@susu.ru.

**Anton V. Korzhov**, Dr. Sci. (Eng.), Ass. Prof., Prof. of the Department of Power Plants, Networks and Power Supply Systems, South Ural State University, Chelyabinsk, Russia; korzhovav@susu.ru.

*Статья поступила в редакцию 23.10.2022; одобрена после рецензирования 05.10.2022; принята к публикации 10.10.2022.*

*The article was submitted 23.10.2022; approved after review 05.10.2022; accepted for publication 10.10.2022.*