

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ МОЛНИЕВОГО РАЗРЯДА: ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

В.В. Крымский, А.С. Староверов
г. Челябинск, ЮУрГУ

Исследование молниевых разрядов в настоящее время актуальная задача. Системы обнаружения и исследования молний используются для определения параметров молнии в конкретном регионе. Статистические данные, полученные в результате, важны для дальнейших исследований и для разработки систем защиты от молний.

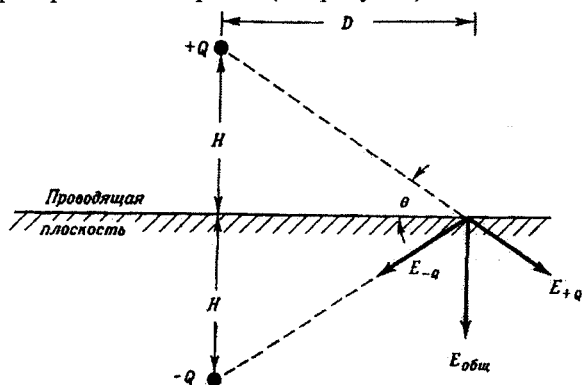
Можно выделить прямую и обратную задачи для молниевоего разряда. Прямая задача применима для анализа величин помех, создаваемых молниевыми разрядами. Обратная задача применима для определения параметров молниевоего разряда, проектирования приборов для обнаружения молний. В статье рассматриваются данные задачи и их известные решения.

1. Вычисление электромагнитного поля (прямая задача для молниевоего разряда)

Прямая задача состоит в вычислении параметров электромагнитного поля, используя характеристики молниевоего разряда. Известны данные о разряде – закон распределения тока $I(t)$. Нужно посчитать зависимость параметров электромагнитного поля E и H в зависимости от расстояния R до места измерения поля и известного закона изменения тока в молнии. Результат расчета электромагнитного поля позволит оценить помехи, которые возникнут при появлении молниевоего разряда [7].

Решение прямой задачи состоит в построении модели молниевоего разряда и определения значения полей исходя из параметров модели.

В [2] рассматривается следующая модель: земля рассматривается как ровная проводящая поверхность, а центры грозового заряда – как точечные заряды или как сферически симметричные распределения зарядов (см. рисунок).



Модель расчета напряженности заряда – основа для вычисления электрического поля на земле, вызываемого зарядами гроз выше земли

Общее электрическое поле в точке наблюдения получается следующее:

$$E_{\text{общ}} = \frac{2QH}{4\pi\epsilon_0(H^2 + D^2)^{3/2}}. \quad (1.1)$$

Если $D \gg H$, то выражение (1.1) можно записать в виде:

$$E_{\text{общ}} \approx \frac{2QH}{4\pi\epsilon_0 D^3} = \frac{M}{4\pi\epsilon_0 D^3}. \quad (1.2)$$

где $M = 2QH$ – дипольный электрический момент заряда и его изображения.

В [3] приводятся общие формулы для вычисления значений вертикальной составляющей E_z электрического поля и азимутальной составляющей магнитного поля B_ϕ , которые получил в [8] R. Thottappillil. Значения получены для случая движущегося вверх возвратного удара для точки наблюдения P при условии идеальной проводимости земли.

$$\begin{aligned} E_z(r, t) = & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\int_0^{H(t)} \frac{2z'^2 - r^2}{R^5(z')} \int_{\frac{z'}{v_f} + \frac{R(z')}{c}}^t I(z', \tau - \frac{R(z')}{c}) d\tau dz' + \right. \\ & + \int_0^{H(t)} \frac{2z'^2 - r^2}{cR^4(z')} I(z', \tau - \frac{R(z')}{c}) dz' d\tau \\ & \left. - \int_0^{H(t)} \frac{r^2}{c^2 R^3(z')} \frac{dI(z', t - R(z')/c)}{dt} dz' \right] \\ B_\phi(r, t) = & \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\int_0^{H(t)} \frac{r}{R^3(z')} I(z', t - \frac{R(z')}{c}) dz' + \right. \\ & + \int_0^{H(t)} \frac{r}{cR^2(z')} \frac{dI(z', t - R(z')/c)}{dt} dz' \\ & \left. + \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{cR^2(H(t))} I(H(t), \frac{H(t)}{v_f}) \frac{dH(t)}{dt} \right], \quad (1.4) \end{aligned}$$

где v_f – скорость разряда, $H(t)$ – высота возвратного удара, которую видит наблюдатель в точке P

на земле в момент времени t . Эта высота может быть найдена из следующего выражения:

$$t = \frac{H(t)}{v_f} + \frac{R(H(t))}{c}. \quad (1.5)$$

Для модели возвратного удара необходимо чтобы был задан $I(z', t)$. Thottappillil также приводит данные выражения, где вместо I используется плотность тока ρ .

В [7] предлагается использовать метод векторного потенциала для расчета полей, порождаемых молниевым разрядом. Так диаметр канала молнии намного меньше, чем длина разряда, то разумным считается применение модели линейного излучателя [1] для анализа зависимости между E , H и током молнии I . Вектора E и B в данном случае могут быть вычислены с использованием уравнений:

$$\vec{E} = \text{grad} \frac{d\vec{A}}{dt}. \quad (1.6)$$

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}, \quad (1.7)$$

где A – векторный потенциал:

$$\vec{A}(p, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{\vec{I}(p', t - R/c)}{R} dl. \quad (1.8)$$

где $p' \in L, R = |p - p'|$,

ϕ – скалярный потенциал:

$$\phi(p, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{t_0}^t \frac{\rho(p', t - R/c)}{R} dl. \quad (1.9)$$

Используя преобразование Лоренца, можно получить для значения поля в конкретный момент:

$$\vec{E}(p, t) = c^2 \int_{t_0}^t \text{grad} \text{div} \vec{A}(p, t) dt - \frac{d\vec{A}(p, t)}{dt}. \quad (1.10)$$

где $t_0 = R_0/c$, R_0 – наименьшее расстояние между точкой наблюдения и каналом разряда, t – текущее время. Уравнения (1.6), (1.8), (1.10) могут быть использованы для определения тока вдоль канала разряда, для этого требуется еще модель самого канала.

Рассмотрим 2 модели канала разряда. Модели можно использовать для расчета тока во время движения лидера и во время основного разряда. Первая модель (простая) – электрическая схема, содержащая R , L и C элементы. В этой схеме происходит разряд емкости на R , L элементы. Емкость образуется заряженным облаком и землей, либо двумя облаками. Величина емкости может быть примерно рассчитана путем измерения формы и размеров облака с помощью метеолокатора. Аналитические выражения для расчета тока этой модели известны из электротехники – они представляют затухающую синусоиду. Вторая модель более сложная и точная – разряд конденсатора на длинную линию. Дискретный аналог длинной линии – бесконечная цепочка ячеек из R , L , C , G

элементов. R , L , C – сопротивление, индуктивность и емкость элементарного участка канала. Аналитические выражения для расчета тока в такой модели также хорошо известны. В большинстве случаев для расчета используется операторный метод. Изображение тока представляет собой затухающую волну. Скорость движения волны определяется параметрами R , L , C , G . Вычисляя оригинал тока $\vec{I}(t)$ и подставляя его в формулу (1.8) получаем значение потенциала $\vec{A}$, а затем и поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$, которые возникают при заряде.

Рассмотрим модель установки, необходимой для решения прямой задачи для молниевых разрядов, анализа помех от молниевых разрядов. Предлагаемая установка состоит из радара, использующегося для определения расстояния и вычисления других параметров облаков (размеров, приблизительного заряда), набор приборов для определения величины электромагнитного поля, блока для обработки полученных сигналов и компьютера. Принцип работы установки состоит в следующем. Сначала с помощью радара определяется расстояние до молниевых разрядов. Затем производится расчет закона изменения тока в разряде с помощью: полученного расстояния, величин электромагнитных полей, предложенной модели канала разряда. Когда закон изменения тока получен, можно вычислить помехи (величины электромагнитных полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$) от молниевых разрядов в произвольной точке пространства – решением прямой задачи.

2. Вычисление параметров молниевых разрядов (обратная задача для молниевых разрядов)

Обратную задачу можно сформулировать следующим образом: необходимо посчитать параметры молниевых разрядов (ток $I(t)$) или расстояние до заряда R , если известны данные о величинах полей E и H , которые порождаются молниевым разрядом. Разные формы данной задачи описываются в [2, 3, 5–7].

Модель канала разряда (электрическая схема из R , L и C элементов), которая приводилась выше, может быть использована для расчета тока во время движения лидера (решения обратной задачи – определения параметров R , L и C разряда по форме излучаемого разрядом сигнала). Задача успешно решается методом сплайн-аппроксимации. Ошибка при вычислениях может достигать в данном случае 5–10 %.

Для решения обратной задачи можно рассмотреть уравнение, полученное Thottappillil [8].

Если электрическое поле измеряется вдали от грозы, то по его измерениям, обусловленным исчезновением грозового разряда (при переносе заряда к земле разрядом молнии, например) при заданном D можно из (1.2) вычислить изменения в дипольном моменте.

К обратной задаче также относится радиолокация грозных очагов. Задача местоопределения грозных разрядов в настоящее время достаточно важна [5, 7]. Наиболее применяемым методом дальнометрии является амплитудный из-за простоты реализации. Однако у данного метода достаточно высокие погрешности (20–35 %). Амплитудный дальномер работает в радиусе до 300 км. В [3] приводится формула расчета расстояния (для простейшего случая – у земли идеальная проводимость, сферически симметричная область, откуда идет разряд заряда Q , координаты центра области – x, y, z), использующая изменение электростатического поля:

$$\Delta E_{ci} = \frac{2Qz}{4\pi\epsilon_0 \left[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + z^2 \right]^{3/2}}. \quad (2.1)$$

Данная формула – общий случай (1.1). Здесь ΔE_{ci} – предсказанное моделью (вычисленное) изменение поля на i -й станции, x_i, y_i – координаты станции. В формуле (2.1) четыре неизвестных (Q, x, y, z), для их определения требуется 4 или больше станции. Функция хи-квадрат для разряда облако-земля следующая:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta E_{mi} - \Delta E_{ci})^2}{\sigma_i^2}, \quad (2.2)$$

где ΔE_{mi} – измеренное изменение поля на i -й станции на земле, σ_i^2 – разница в измерениях на i -й станции из-за ошибки измерений.

В [5] приводятся достаточно интересные факты, а именно, условия возникновения грозного разряда: существование в облаке зоны с напряженностью $\geq E_{кр}$ (для начала разряда), которая должна находиться внутри области с напряженностью $\geq E_0$ (для поддержания разряда). Приводятся значения величин напряженностей необходимых для начала разряда: $E_{кр} \geq 10^6$ В/м, $E_0 \geq 10^5$ В/м.

Анализ показывает, что для облаков с большими значениями E_0 и малыми $E_{кр}$ грозовой разряд не возникает до тех пор, пока в облака не будет направлен какой-либо объект (ракета, самолет), с которого начинается разряд при относительно малых значениях $E_{кр}$. Эти данные можно использо-

вать при проектировании приборов, направленных на обнаружение предгрозного состояния облаков.

Заключение

В настоящее время разработаны различные способы решения прямой и обратной задач для молниевых разрядов – но поиск решений не заканчивается, т.к. многие приводимые решения имеют достаточно высокие погрешности и сложную реализацию на практике. Перспективным направлением исследований является дальнейшая работа по решению этих задач с использованием результатов и методов из [1, 7].

Литература

1. Крымский, В.В. Теория несинусоидальных электромагнитных волн/ В.В. Крымский, В.А. Бухарин, В.И. Заляпин. – Челябинск: Издательство ЧГТУ, 1995. – 128 с.
2. Юман, М. Молния/ М. Юман. – М.: Мир, 1972. – 327 с.
3. Rakov V.A., Uman M.A. Lightning: Physics and Effects. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. – 687 p.
4. Степаненко, В.Д. Радиотехнические методы исследования гроз/ В.Д. Степаненко, С.М. Гальперин. – Л.: Гидрометеиздат, 1983. – 204 с.
5. Трусовский П. Анализ методов и средств однопозиционной пассивной радиолокации грозных очагов: материалы междунар. конф., состоявшейся в институте Транспорта и Телекоммуникаций 14 декабря 2004 г. // Институт транспорта и телекоммуникаций [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.tsi.lv/Transport&Telecommunication/v61_ru/art10.pdf.
6. Кононов, И.И. Радиотехнические методы местоопределения грозных очагов/ И.И. Кононов, И.А. Петренко, В.С. Снегуров. – Л.: Гидрометеиздат, 1986.
7. Krymsky V.V. Calculation and measurement of disturbances from lightning discharges // International Wroclaw symposium of electromagnetic compatibility. 1990. – P. 654–657.
8. Thottappillil R., V.A. Rakov, and M.A. Uman (1997), Distribution of charge along the lightning channel: Relation to remote electric and magnetic fields and to return-stroke models, J. Geophys. Res., 102(D6), 6987–7006.

Крымский Валерий Вадимович, 1945 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор. Окончил ЧПИ (ныне ЮУрГУ) в 1970 году. В 1979 году защитил кандидатскую диссертацию. В 1993 году защитил докторскую диссертацию.

Староверов Антон Сергеевич, 1983 года рождения, с октября 2006 года – аспирант кафедры «Электротехника» ЮУрГУ. Окончил кафедру «Прикладная математика» механико-математического факультета ЮУрГУ в 2005 году.