УДК 662.64

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ В КАМЕРЕ ВИХРЕВОГО ГАЗОГЕНЕРАТОРА

Г.Ф. Кузнецов
г. Челябинск, ЮУрГУ

В статье рассматриваются вопросы организации рабочего процесса вихревого газогенератора, использующего угольную крошку, и дана оценка влияния на процесс аэродинамики камеры и теплофизических характеристик рабочего тела.

Частицы угля в камере газогенератора двигаются в основном под действием газового потока. Если газовый поток имеет тангенциальную составляющую, то и частицы приобретают движение по окружности. При этом на них начинает действовать центробежная сила, которая приводит к неравномерному распределению частиц в объеме камеры, которое может нарушить нормальный процесс газификации и привести к слипанию частиц и к появлению спеков.

Для анализа этих явлений воспользуемся уравнением Навье–Стокса в цилиндрических координатах [1]; нужное для нашего анализа записывается следующим образом:

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}+\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}+v_z\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}+\frac{v_\varphi v_r}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \varphi}+$$
$$+\nu\left(\nabla^2 v_\varphi+\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \varphi}-\frac{v_\varphi}{r^2}\right), \qquad (1)$$

где $\nabla^2 v_\varphi=\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial \varphi^2}$;

v_φ, v_z, v_r – тангенциальная, осевая и радиальная составляющие;

ρ – плотность;

ν – кинематическая вязкость;

P – давление;

φ, r, z – угловая, радиальная, осевая координаты.

Ограничимся решением одномерной задачи. Распределение скоростей воздуха в камере под действием постоянного градиента давления в азимутальном направлении

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}\cong+\frac{P}{2\pi R}=\mu,$$

где R – радиус камеры.

Уравнение (1) можно записать следующим образом:

$$-\mu=\eta\left(\frac{d^2 v_\varphi}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr}-\frac{v_\varphi}{r^2}\right), \qquad (2)$$

где η – динамическая вязкость.

Решение будем искать при следующих граничных условиях:

$$v_\varphi=0; \quad v_\varphi=0;$$
$$(r=0); \quad (R=r). \qquad (3)$$

Первое граничное условие реализуется, например, в вихревых трубах, где вращение в приосевой области происходит по закону твердого тела, следовательно, на оси $v_\varphi=0$. Второе граничное условие очевидно. Общее решение будем искать в виде

$$v_\varphi=C_1 r^2+C_2 r. \qquad (4)$$

Из уравнения (2) при r = 0, находим

$$C_1=+\frac{\mu}{3\eta},$$

а при r = R

$$C_2=-\frac{\mu}{3\eta}R.$$

Таким образом, находим

$$v_\varphi=-\frac{\mu}{3\eta}\left(R\eta-r^2\right), \qquad (5)$$

которая возрастает с увеличением μ (градиентом давления) и падает с ростом вязкости и удовлетворяет граничным условиям. Сравнивая с известными решениями для тангенциальной скорости в вихревой трубе [2], заметим, что наше решение имеет более монотонное распределение вдоль радиуса вследствие двух причин: 1) вязкость среды в камере существенно более высокая, чем вязкость воздуха (или другого газа); 2) уровень скоростей более низкий, чем в вихревой трубе.

Однако максимальная скорость в этом решении (5) существует и находится из условия

$$\frac{dv_\varphi}{dr} = R - 2r = 0 \qquad (6)$$

на расстоянии r = R/2 от оси трубы.

Уравнение неразрывности имеет в нашем случае вид:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \qquad (7)$$

Так как в нашей задаче v_φ не зависит от φ, то $v_z \cong \text{const}$, т.е. постоянное вертикальное течение накладывается на азимутальное.

Для оценки влияния распределения частиц в закрученном потоке реакционной камеры воспользуемся уравнением Больцмана [3], [4], [5]

$$N(r,v,t) = N_0(v) - \tau(v)\frac{dN}{dt}v\nabla T +$$

$$+\frac{e}{m}\tau(v)\varepsilon\frac{\partial N}{\partial v} + \frac{e}{mc}\tau(v)[v \times H]\frac{\partial N}{\partial v}, \qquad (8)$$

в котором для нашей задачи второе и третье слагаемые правой части можно считать равными нулю, поскольку задача рассматривается в изотермических условиях без учета электрических сил. Тогда уравнение (8) можно записать следующим образом:

$$N(r,v,t) = N_0 + \tau\omega^2 r\frac{dN(r,t,v_\varphi)}{dv_\varphi}, \qquad (9)$$

где N_0 – стационарная концентрация, обусловленная постоянным потоком частиц со скоростью v_z;

$N(r, t, v_\varphi)$ – локальная концентрация, угловая скорость;

τ – время релаксации, т.е. время установления стационарного потока после прекращения внешнего возмущения.

После разделения переменных и подстановки выражения для $dv_\varphi = \frac{\mu}{3\eta}(R-2r)dr$, получим

$$\frac{-\mu}{3\tau\omega^2\eta}(R/r - 2)dr = \frac{dN(r,t,v_\varphi)}{N(r,t,v_\varphi) - N_0}, \qquad (10)$$

и после интегрирования запишем распределение концентрации частиц

$$\frac{N(r,t,v_\varphi) - N_0}{N_0} = e^{\frac{-\mu\left(-R\ln\frac{r}{R}+2r\right)}{3\tau\omega^2\eta}}, \qquad (11)$$

где в качестве произвольной постоянной была выбрана величина lnR.

Более удобно полученный результат можно записать в виде

$$\frac{N(r,t,v_\varphi) - N_0}{N_0} = \exp\left[-\frac{\mu\left(-R\ln\frac{r}{R} + 2r\right)}{3\tau\omega^2\eta}\right]. \qquad (12)$$

Анализ полученного выражения показывает, что при $\mu \neq 0$ $N(r, t, v_\varphi) > N_0$. Это означает, что в периферийной области концентрация частиц всегда выше, чем в приосевой, что совпадает с результатами реальных исследований. При условии, что η = 0, ω = 0, r = 0, либо равна нулю одна из этих величин, второе слагаемое выражения (12) обращается в нуль. Физически понятно, что при нулевой вязкости частицы не изменяют своего первоначального распределения. Если скорость вращения отсутствует (ω = 0), осевая скорость распределена вдоль радиуса равномерно и, следовательно, также первоначальное распределение в этом случае измениться не может. Очевидно, что на оси (r = 0) содержание частиц не может быть большим первоначального.

При увеличении r величина концентрации увеличивается, достигая максимальной вблизи r = R/2, там, где наибольшее значение тангенциальной скорости. Отметим, что полученное распределение скоростей и концентраций частиц быстрее реализуется для мелких фракций, так как для более крупных фракций требуется более продолжительное время для приобретения скорости потока газа и частиц.

Оценка характерного времени снижения до нуля тангенциальной скорости – времени релаксации – дает следующий результат. После прекращения действия давления (μ = 0), на поток действуют только силы, связанные с вязкостью (силы тяжести не учитываются)

$$m\frac{dv}{dt} = -6\pi\eta v r_0, \qquad (13)$$

где r_0 – радиус частицы.

После разделения переменных и интегрирования находим

$$\ln v = v_e e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (14)$$

где $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r_0}$ – время релаксации.

Для частиц размером ~3 мм это время составляет 1–3 секунды, что является достаточно близким к реальным условиям. Время контакта частиц, очевидно, будет такого же порядка, а это достаточно, чтобы состоялся тепловой контакт и их слипание.

Экспериментальным доказательством достоверности теории является то, что очаги шлакования возникают R/2 конической камеры.

Проделанный анализ неплохо объясняет сущность процессов при относительно небольших тангенциальных скоростях (диаметр камеры ~1,5 м, скорость ~30 м/с), так как в соотношении (9) принято, что ω ≈ const. Как известно, при больших скоростях центральные и периферийные слои вращаются по различным законам [6]. Для того, чтобы учесть эту особенность, воспользуемся уравнением Больцмана в следующем виде:

$$N = N_0 - \tau\frac{v_\varphi^2}{r}\frac{dN}{dv_\varphi}. \qquad (16)$$

Из предыдущих выкладок следует, что

$$v_\varphi = \frac{\mu}{3\eta}\left(Rr - r^2\right); \quad \mu = \frac{\Delta P}{2\pi R};$$

$$dv_\varphi = \frac{\mu}{3\eta}\left(R - 2r\right)dr; \quad v_\varphi^2 = \frac{\mu^2}{9\eta^2}\left(R^2r^2 - 2Rr^3 + r^4\right). \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), получим

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta r\left(R - 2r\right)dr}{\tau\mu\left(R^2r^2 - 2Rr^3 + r^4\right)}. \quad (18)$$

Введем безразмерную координату $\xi = \frac{r}{R}$

$$\frac{dN}{N - N_0} = \frac{3\eta}{\tau\mu R}\left[\frac{\left(1 - 2\xi\right)d\xi}{\xi\left(1 - \xi\right)^2}\right]. \quad (19)$$

Правую часть запишем в виде двух слагаемых

$$\frac{dN}{N - N_0} = -\frac{3\eta}{\tau\mu R}\left[\frac{d\xi}{\xi\left(1 - \xi\right)} - \frac{d\xi}{\left(1 - \xi\right)^2}\right]. \quad (20)$$

Тогда после интегрирования получим

$$-\frac{3\eta}{\tau\mu R}\left[\ln\frac{\xi}{1 - \xi} + \ln\left(e^{-\frac{1}{1-\xi}}\right)\right] = \ln\frac{N - N_0}{N_0}. \quad (21)$$

Потенцируя, имеем

$$\left(\frac{\xi}{1 - \xi}\cdot e^{-\frac{1}{1-\xi}}\right)^{-\frac{3\eta}{\tau\mu R}} = \frac{N - N_0}{N_0}. \quad (22)$$

Анализ последнего выражения позволяет сделать некоторые выводы. Концентрация частиц не отличается от начальной в центре камеры на максимальном радиусе, что соответствует известным представлениям закономерностей вихревых течений. Максимальное значение концентраций находится на расстояниях от оси, больших половины радиуса. В рассмотренной модели не учитывалась сила трения со стороны стенки, действующая на частицы. Любое торможение частиц на стенке камеры приводит к снижению их скорости и, следовательно, повышенной вероятности шлакования. Анализ спеков, возникающих в камере при превышении температуры 900 °С, показывает, что действительно спек имеет свое основание на стенке и вытянутую форму вдоль радиуса камеры примерно до его половины, т.е. в той его части, где реализуется наибольшая концентрация.

Распределение частиц по размерам и, следовательно, массам также влияет на их концентрацию в камере. Анализ уравнения (15) показывает – времени пребывания наиболее крупных частиц в модельной камере достаточно, чтобы произошло выравнивание скоростей всех частиц. Это будет означать, что на стенке камеры окажутся, в первую очередь, крупные частицы, что и наблюдается в реальности.

Для дальнейшего анализа запишем уравнение (22) в виде

$$\frac{N - N_0}{N_0} = \left(\frac{\xi}{1 - \xi}\cdot e^{-\frac{1}{1-\xi}}\right)^a, \quad (23)$$

где $a = -\frac{3\eta}{\tau\mu R}$.

Правая часть уравнения обращается в нуль при $\xi = 0$ и $\xi = 1$, поэтому между этими точками должен существовать хотя бы один экстремум.

Найдем точку экстремума, приравнивая нулю производную правой части

$$a\left[\frac{1}{\left(1 - \xi\right)^2}e^{-\frac{1}{1-\xi}} + \frac{\xi}{1 - \xi}\frac{-1}{\left(1 - \xi\right)^2}e^{-\frac{1}{1-\xi}}\right] = 0, \quad (24)$$

или

$$a\frac{1}{\left(1 - \xi\right)^2}e^{-\frac{1}{1-\xi}}\left(\frac{1 - 2\xi}{1 - \xi}\right) = 0. \quad (25)$$

Откуда видно, что экстремум будет иметь место в точке $\xi = 1/2$. Для определения будет ли в этой точке максимум или минимум, определим знак второй производной в этой точке. Обозначим выражение перед последней скобкой.

$$a\frac{1}{\left(1 - \xi\right)^2}e^{-\frac{1}{1-\xi}} = A, \quad (26)$$

так это фиксированное число, не влияющее на знак второй производной, которая

$$A\frac{-2\left(1 - \xi\right) - \left(1 - 2\xi\right)}{\left(1 - \xi\right)^2} \le 0, \quad (27)$$

и, следовательно, при $\xi = 1/2$ существует максимум распределения частиц. Этот результат соответствует анализу, проделанному при допущении $\omega = \text{const}$, свидетельство того, что для данного анализа такое допущение действительно можно принять.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986.*
2. *Кузнецов В.И. Полуэмпирическая теория противоточной вихревой трубы// В сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения. – Куйбышев: КуАИ, 1974. – С. 19–25.*
3. *Ферцигер Дж., Комер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. – М.: Мир, 1976.*
4. *Физический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1962.*
5. *Пайерлс Р.Е. Квантовая теория твердых тел. – М.: Мир, 1956.*
6. *Политов В.С., Кузнецов Г.Ф. О гидравлических сопротивлениях цилиндрических камер с закрученным потоком рабочего тела// В сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения. – Куйбышев: КуАИ,1974. – С. 228–232.*

Кузнецов Геннадий Федорович, профессор, доктор технических наук.